MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
ET DE LA JEUNESSE

Liberté
Égalité
Fraternité

Rapport du jury

Concours : Certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré (CAPES) externe à affectation locale - Mayotte

Section : Mathématiques

Session : 2023

Rapport du jury établi par :

M. GAUCHARD, Inspecteur général de l'éducation, du sport et de la recherche (IGÉSR), Président du jury

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale de la jeunesse :

https://www.devenirenseignant.gouv.fr

Le jury du CAPES national de mathématiques à affectation locale à Mayotte met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

https://capes-math.org/index.php?id=mayotte

Les épreuves écrites de cette session se sont tenues le 4 et le 5 avril 2023.

Les épreuves orales se sont déroulées le 30 juin et le 1er juillet 2023 au lycée Chopin de Nancy et du 3 au 7 juillet 2023 au lycée des Lumières à Mamoudzou.

Le jury remercie chaleureusement l'équipe de direction et l'ensemble des personnels des deux lycées pour la remarquable qualité de leur accueil.

Table des matières

1. Présentation du concours

Des concours externes et internes de recrutement avec affectation locale à Mayotte ont été institués, pour les sessions 2021, 2022 et 2023, par le décret MENH2031189D en date du 3 février 2021.

Les professeurs certifiés stagiaires nommés à la suite de leur réussite au concours accomplissent un stage d'une durée de deux ans dans l'académie de Mayotte, qui ne peut être prolongé que d'une année par décision du recteur d'académie. À l'issue du stage, les professeurs certifiés stagiaires qui sont titularisés sont affectés dans l'académie de Mayotte. La titularisation entraîne la délivrance du certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré.

1.1. Définition des épreuves

1.1.1. Épreuves d'admissibilité

1° Première composition (cinq heures).

Coefficient 1.

2° Seconde composition (cinq heures).

Coefficient 1.

1.1.2. Épreuves d'admission

1° Exposé sur un thème donné suivi d'un entretien portant notamment sur les questions soulevées par l'exposé du candidat.

Durée de préparation : deux heures ; durée de l'épreuve : quarante-cinq minutes (exposé : trente minutes ; entretien : quinze minutes).

Coefficient 2.

2° Entretien avec le jury.

L'épreuve porte sur la motivation du candidat et son aptitude à se projeter dans le métier de professeur au sein du service public de l'éducation, en particulier à Mayotte.

L'entretien comporte une première partie d'une durée de quinze minutes débutant par une présentation, d'une durée de cinq minutes maximum, par le candidat des éléments de son parcours et des expériences qui l'ont conduit à se présenter au concours en valorisant notamment les enseignements suivis, les stages, l'engagement associatif ou les périodes de formation à l'étranger et, le cas échéant, ses travaux de recherche. Cette présentation donne lieu à un échange avec le jury.

La deuxième partie de l'épreuve, d'une durée de quinze minutes, doit permettre au jury, au travers de deux mises en situation professionnelle, l'une d'enseignement, la seconde en lien avec la vie scolaire, d'apprécier l'aptitude du candidat à :

- s'approprier les valeurs de la République, dont la laïcité, et les exigences du service public (droits et obligations du fonctionnaire dont la neutralité, lutte contre les discriminations et stéréotypes, promotion de l'égalité, notamment entre les filles et les garçons, etc.) ;

- faire connaître et faire partager ces valeurs et exigences.

Le candidat admissible transmet préalablement une fiche individuelle de renseignement établie sur le modèle figurant à l'annexe IV du présent arrêté, selon les modalités définies dans l'arrêté d'ouverture.

Durée de l'épreuve : trente minutes.

Coefficient 1.

1.2. Programme du concours

Le programme des épreuves des épreuves d'admissibilité et de la première épreuve d'admission est celui des classes des collèges et des lycées d'enseignement général et technologique.

1.3. Composition du jury

Le jury du CAPES externe avec affectation locale à Mayotte, section Mathématiques, a été nommé par un arrêté du ministre de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports en date du 23 mars 2023 publié sur le site « devenirenseignant.gouv.fr ».

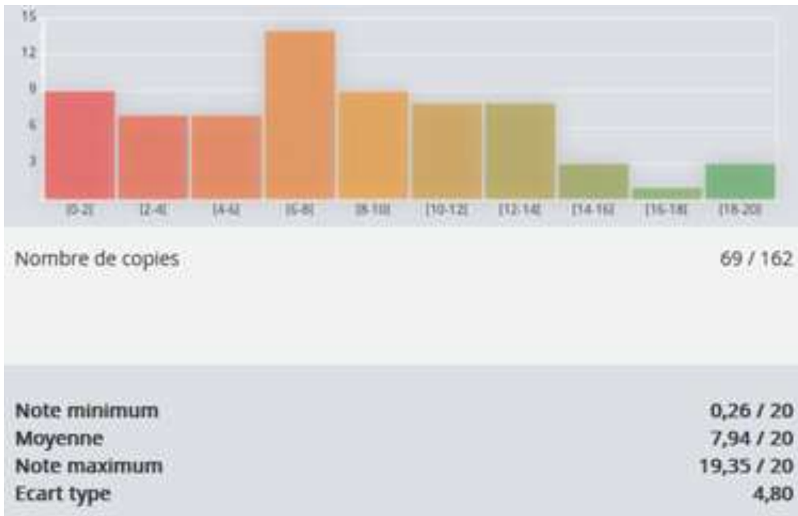
Conformément à l'article 4 de l'arrêté du 11 février 2021 (MENH2036426A) et pour l'épreuve d'entretien, le jury comprenait des personnels administratifs relevant du ministre chargé de l'éducation nationale, choisis en raison de leur expérience en matière de gestion des ressources humaines.

2. Quelques statistiques

Pour la session 2023, 20 postes ont été offerts au concours (arrêté MENH2228935A du 7 décembre 2022).

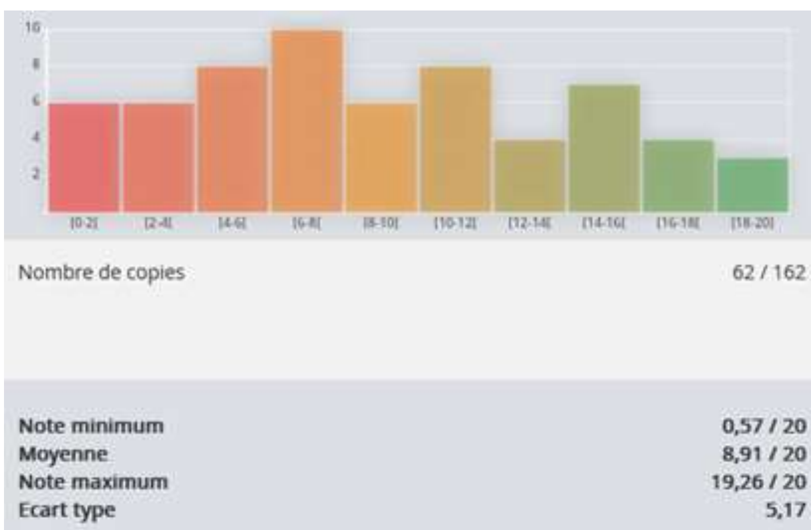
Alors que 162 candidats étaient inscrits à ce concours, seulement 62 se sont présentés aux deux épreuves écrites.

Les notes obtenues par les candidats à la première épreuve écrite d'admissibilité varient de 0,26 à 19,35 sur 20.



v

Les notes obtenues par les candidats à la deuxième épreuve écrite d'admissibilité varient de 0,57 à 19,26 sur 20.

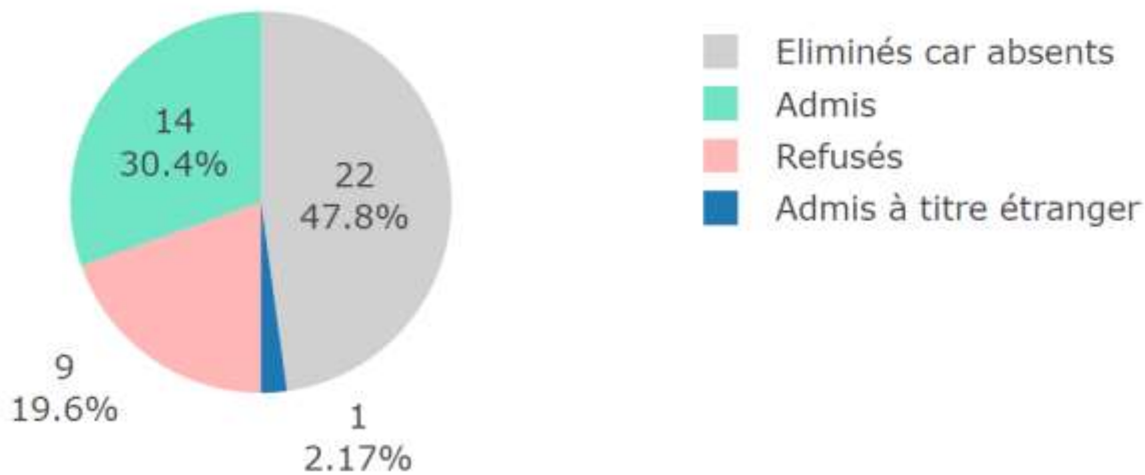


Le jury a retenu 46 admissibles. La note cumulée du dernier admissible est de 10,62 sur 40.

Parmi les 46 candidats admissibles, 24 candidats se sont présentés aux deux épreuves orales d'admission.

Les notes sur 20 attribuées à la première épreuve orale varient de 1 à 16. Celles de la deuxième épreuve orale varient de 2 à 19.

À l'issue de la délibération d'admission le jury a retenu 14 candidats et un candidat à titre étranger (total du dernier admis : 46,35 sur 100).



3. Énoncé des épreuves écrites d'admissibilité

3.1. Première composition.

Problème 1 : suite d'intégrales

On considère la suite (I_n) définie, pour tout entier naturel n, par $\mathrm{I}_n = \int_2^3 (x-2)^n \mathrm{e}^x \, dx$.

1. Calculer I_0.
2. Déterminer le sens de variation de la suite (I_n).
3. La suite (I_n) est-elle minorée ?
4. Établir la convergence de la suite (I_n).
5. Exprimer I_{n+1} en fonction de I_n.
   En déduire les valeurs exactes de I_1 puis de I_2.
6. Soit p un entier naturel non nul.
   Écrire un algorithme, en langage Python, permettant de calculer I_p.

Problème 2 : complexes et médiatrices

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$ orthonormé direct.
On considère les points A et B d'affixes respectives $z_{\mathrm{A}} = 1$ et $z_{\mathrm{B}} = 2$.
C est le cercle de centre A et de rayon 1. T est la tangente au cercle C au point B.

Pour tout nombre réel θ de l'intervalle $]-\pi;\pi]$, on pose $z_\theta = (\cos\theta + 1) + i\sin\theta$.
On note M_θ le point du plan d'affixe z_θ.

Partie A

1. Donner une équation de la droite T.
2. Justifier que l'ensemble des points M_θ lorsque θ varie sur $]-\pi;\pi]$ est le cercle C.
3. Que peut-on dire du point M_θ lorsque $\theta = 0$?
4. Les droites (OM_θ) et T sont-elles sécantes quel que soit le nombre réel θ appartenant à l'intervalle $]-\pi;\pi]$?
5. Soit θ un réel non nul appartenant à l'intervalle $]-\pi\,;\pi[$.
   Déterminer l'affixe du point N appartenant au cercle C tel que le triangle $\mathrm{OM}_\theta\mathrm{N}$ soit rectangle en O.

Partie B - $\theta = \frac{2\pi}{3}$. On note M le point $\mathrm{M}_{\frac{2\pi}{3}}$.

1. Vérifier que l'affixe du point N défini dans la question A.5 est $z_{\mathrm{N}} = \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice D du segment [MN].
3. K est le point d'intersection des droites (OM) et T.
   L est le point d'intersection des droites (ON) et T (on admet son existence).
   Déterminer l'affixe du point I milieu du segment [KL].
4. En déduire une équation cartésienne de la médiatrice D' du segment [KL].
5. Démontrer qu'il existe un point J équidistant des points N, M, K et L.
   On déterminera ses coordonnées.

Problème 3 : géométrie dans l'espace

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

On considère les points $A(-1; 2; 4)$, $B(1; 1; 3)$, $C(-1; 3; 3)$ et $D(3; 3; 5)$.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2. Démontrer que la droite (BD) est orthogonale au plan (ABC).
3. Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.
4. Déterminer une équation du plan (ACD).
5. $\vec{n}$ est un vecteur normal au plan (ACD).
   Δ est la droite passant par B de vecteur directeur $\vec{n}$.
   Déterminer les coordonnées du point H intersection de la droite Δ et du plan (ACD).
6. Déterminer l'aire du triangle ACD.

Problème 4 : équation fonctionnelle

On s'intéresse dans ce problème aux fonctions f définies et continues sur $\mathbb{R}$ qui vérifient la propriété (E) :

Pour tous réels x et y, $f(x+y) \times f(x-y) = (f(x))^2 \times (f(y))^2$ (E).

Partie A - Existence d'une fonction satisfaisant la propriété (E).

Soit m un nombre réel. On note f_m la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f_m(x) = e^{mx^2}$.
Justifier que la fonction f_m vérifie la propriété (E).

Partie C - Identification des fonctions strictement positives sur $\mathbb{R}$ satisfaisant la propriété (E).

Soit f une fonction strictement positive sur $\mathbb{R}$ vérifiant la propriété (E).

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \ln[f(x)]$.

1. Démontrer, à l'aide de la question 2. de la partie B, que $g(0) = 0$.
2. Vérifier que, pour tous réels x et y : $g(x+y) + g(x-y) = 2\big(g(x) + g(y)\big)$.
3. Démontrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence et de la question précédente, que, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $g(n) = g(1) \times n^2$.

4. On admet que, pour tout $n \in \mathbb{N}$ et tout $x \in \mathbb{R}$, $g(nx) = n^2 g(x)$.
   Démontrer que, pour tout entier naturel p non nul : $g\left(\frac{1}{p}\right) = \frac{g(1)}{p^2}$.
   En déduire que, pour tout entier naturel n et pour tout entier naturel p non nul : $g\left(\frac{n}{p}\right) = \frac{n^2}{p^2}\, g(1)$.

5. On admet que, pour tout nombre réel x, $g(x) = g(1) \times x^2$.
   En déduire l'expression des fonctions f définies, continues et strictement positives sur $\mathbb{R}$ qui vérifient la propriété (E).

Partie B - Propriétés des fonctions satisfaisant la propriété (E).

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 = x^4$.
2. En déduire que, si la fonction f satisfait la propriété (E), alors $f(0) \in \{-1; 0; 1\}$.
3. Démontrer que, si f est une fonction s'annulant en 0 et satisfaisant la propriété (E), alors f est la fonction nulle sur $\mathbb{R}$.
4. Soit f une fonction satisfaisant la propriété (E).
   Démontrer que, s'il existe un nombre réel non nul a tel que $f(a) = 0$, alors, pour tout entier naturel n, $f\left(\frac{a}{2^n}\right) = 0$.
   On admet que l'on peut en déduire que f est la fonction nulle.

5. On suppose maintenant que f vérifie la propriété (E) et que f n'est pas la fonction nulle.
   Déduire de la question précédente que la fonction f est soit strictement positive sur $\mathbb{R}$, soit strictement négative sur $\mathbb{R}$.

3.2. Commentaires sur la première composition

Le sujet était composé de quatre problèmes indépendants. Deux d'entre eux portaient sur l'analyse et abordaient pour l'un une suite d'intégrales, pour l'autre une équation fonctionnelle. Les deux autres problèmes portaient sur la géométrie, l'un s'attachait à l'utilisation des nombres complexes et l'autre à la géométrie repérée dans l'espace.

3.2.1. Problème 1 : suite d'intégrales

La plupart des candidats sait calculer une intégrale. L'intégration par parties est bien maitrisée.

Les méthodes pour établir le sens de variation d'une suite d'intégrales ne sont connues que d'une partie des candidats. D'autres confondent le sens de variation de la suite d'intégrales et le sens de variation de la fonction à intégrer.

Un grand nombre de candidats n'a pas traité ou mal traité la dernière question qui les invitait à écrire un algorithme en langage Python.

3.2.2. Problème 2 : complexes et médiatrices

La question 5 de la partie A, qui abordait la nature d'un triangle inscrit dans un cercle de diamètre l'hypoténuse, a été traitée par peu de candidats. Certains sont partis sur une mauvaise piste mais ils ont fait preuve d'une bonne ténacité et, même s'ils n'ont pas obtenu le résultat voulu, ils ont montré des qualités en calcul intéressantes.

La partie B a été peu traitée. Pour la dernière question qui invitait à reconnaitre l'appartenance de quatre points à un même cercle, les candidats ont en général pensé à l'analyse mais pas à la vérification.

3.2.3. Problème 3 : géométrie dans l'espace

Le problème qui ressemble à un problème très classique de terminale est plutôt réussi. Mais certains candidats ne l'ont pas traité ou n'ont pas traité certaines questions.

Plusieurs candidats ont utilisé le produit vectoriel qui n'est pas au programme de lycée mais qui est efficace ici. Quelques candidats ne connaissent pas la formule du volume d'un tétraèdre.

3.2.4. Problème 4 : équation fonctionnelle

À la question 4, de la partie B, les candidats devaient reconnaitre une récurrence. Certains l'ont reconnue mais ne l'ont pas rédigée correctement, ou ont reconnu l'idée sans la formaliser.

La question 5 de la partie B, portant sur la continuité, a été peu traitée. C'est pourtant un raisonnement classique.

Pour la question 4 de la partie C, de nombreux candidats ont voulu appliquer la formule établie en question 3. Or cette formule a été prouvée pour n entier et ils l'ont appliquée avec $\frac{1}{p}$ (p entier naturel non nul) qui n'est pas entier.

Peu de candidats ont répondu à la dernière question.

Pour l'ensemble des copies, la maitrise de la langue et de l'orthographe est satisfaisante.

3.3. Seconde composition

Problème 1 : Vrai -Faux

Préciser si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. L'aire des mers et océans sur la Terre est d'environ 362 millions de km^2, pour une aire totale d'environ 510 millions de km^2. L'Océan Pacifique représente 46 % de la surface totale des mers et océans.
   Proposition : l'Océan Pacifique représente plus d'un tiers de la surface de la Terre.

2. Le code d'accès à un immeuble est un nombre de cinq chiffres.
   Ce code comporte un « 1 », un « 2 », un « 7 » et deux fois le chiffre « 8 ».
   Proposition : on peut composer 60 codes différents avec ces chiffres.

3. A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0{,}2$, $P_A(B) = 0{,}3$ et $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}56$.
   Proposition : les événements A et B sont indépendants.

4. On considère un jeu pour lequel la probabilité de gagner est égale à 0,03.
   Une personne décide d'y jouer n fois, chaque jeu étant indépendant des autres.
   Proposition : la probabilité que cette personne gagne au moins une fois au cours de ces n parties est supérieure à 0,5 si et seulement si $n \geq 23$.

5. Un jeu consiste à lancer 20 fois un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. A chaque lancer on gagne 6€ si le nombre 1 apparait. La mise est de 15€.
   Proposition : On peut espérer un gain de 5€.

6. **Proposition** : $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}}{4}(1+\sqrt{3})$.

7. **Proposition** : l'équation $\cos 3x = \sin x$ admet six solutions dans l'intervalle $[0{,}2\pi]$.

8. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}^*$ telle que $f'(x) = 0$, pour tout réel x non nul.
   Proposition : il existe une constante réelle k telle que, pour tout x de $\mathbb{R}^*$, $f(x) = k$.

9. f est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $f(x) = \dfrac{\sin(2x)}{x}$
   Proposition : La limite de f en 0 est $+\infty$.

10. Soit P un polynôme de degré 3, à coefficients réels, et défini sur $\mathbb{C}$.
    Soit z une racine de P et soit $\bar{z}$ son conjugué.
    Proposition : $\bar{z}$ est également une racine du polynôme P.

11. Soit (J_k) la suite définie par $\mathrm{J}_k = \int_{e^{k-1}}^{e^k} \frac{\ln t}{t}\, dt$, pour tout entier naturel $k \geq 1$.
    Proposition : pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, $\sum_{k=1}^{n} \mathrm{J}_k = \frac{n^2}{2}$.

15. **Proposition** : pour tout entier naturel n, le nombre $n^3 - n$ est divisible par 6.

16. **Proposition** : $3^{2023} + 6$ est divisible par 11

17. **Proposition** : pour tout entier relatif k, $(7k + 3)$ et $(2k + 1)$ sont premiers entre eux.

18. **Proposition** : il existe des couples d'entiers relatifs solutions de l'équation $51x + 39y = 1$.

19. On pose $A = \frac{\ln 2}{\ln 3}$
Proposition : A est un nombre rationnel.

20. Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + 2n + 3$ pour tout entier naturel n.
Proposition : tous les termes de la suite (u_n) sont des carrés parfaits.

Problème 2 : suites

On considère :

- la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^{-x}$;
- la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$;
- la suite (S_n) définie, pour tout entier naturel n, par $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$.

Partie A – Étude de fonction f

1. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
2. Étudier les variations de la fonction f.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = x$.

Partie B - Étude de la suite (u_n)

1. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_n > 0$.
2. Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.
3. Justifier que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Partie C - Étude de la suite (S_n)

1. Déterminer le sens de variation de (S_n).
2. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = e^{-S_n}$
3. Déterminer la limite de la suite (S_n).

Problème 3 : équation différentielle

Soit m un nombre réel.
On considère l'équation différentielle $(\mathrm{E}_m) : y'' - m^2 y = 0.$
Soit h une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ vérifiant la propriété (P_m) :

$$\text{pour tout réel } x,\ h''(x) + 2mh'(x) = 0 \quad (\mathrm{P}_m).$$

1. Déterminer, en fonction de m, l'expression de la fonction h' , puis celle de h.

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = h(x)\mathrm{e}^{mx}$.
   Démontrer que f est une solution de (E_m) si et seulement si h vérifie la propriété (P_m).

3. Résoudre l'équation différentielle (E_m).

4. Le mouvement rectiligne du centre de gravité d'un solide est repéré sur un axe gradué d'origine O. On note x la fonction donnant son abscisse en fonction du temps t.
   A l'instant $t = 0$, le solide est au point d'abscisse 4 et sa vitesse est nulle.
   x est solution sur $[0 ; +\infty[$ de l'équation différentielle $(\mathrm{E}_{0,5}) :\ y'' - 0{,}25y = 0$.
   Déterminer l'expression de la fonction x.

Problème 4 : distance entre deux droites de l'espace

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

P est le plan d'équation : $2x + 5y - z + 20 = 0$.
P' est le plan d'équation : $-2x + y + z - 8 = 0$.

Partie A – intersection de deux plans

1. Justifier que les plans P et P' sont sécants.

On notera D la droite d'intersection des plans P et P'.

2. Vérifier que le point $A(-4\,;-2\,;2)$ appartient à la droite D puis déterminer un vecteur directeur de cette droite.
3. Justifier que la droite D a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = -4 + t \\ y = -2 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$, où $t \in \mathbb{R}$.

Partie B – position relative de deux droites

Δ est la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 5 \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$, où $t \in \mathbb{R}$.

1. Justifier que les droites D et Δ ne sont pas parallèles.
2. Justifier que les droites D et Δ ne sont pas sécantes.
3. Que peut-on en déduire quant aux droites D et Δ ?

Partie C – distance entre deux droites

Soit $I\,(x_1, y_1, z_1)$ un point de la droite D et $J\,(x_2, y_2, z_2)$ un point de la droite Δ.

1. Pour quelles valeurs des triplets (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) la droite (IJ) est-elle à la fois perpendiculaire à D et à Δ ?
2. En déduire la valeur exacte de la distance entre les droites D et Δ.

3.4. Commentaires sur la seconde épreuve d'admission

Le jury a apprécié la qualité des copies, pour un bon nombre d'entre elles. Par rapport à la session 2022, d'une manière générale, les candidats ont su se saisir de la variété des thèmes du sujet. Ils ont ainsi valorisé leurs connaissances, traitant en priorité les domaines qu'ils maîtrisaient le mieux.

3.4.1. Problème 1 : Vrai-Faux.

Ce problème a offert aux candidats l'opportunité de travailler sur des thèmes variés du programme du lycée général. Les propositions reprenaient majoritairement des situations « classiques » rencontrées en classe de spécialité mathématiques ou de l'option mathématiques expertes.

Le jury a apprécié les copies présentant des réponses synthétiques, justifiées rigoureusement, utilisant un vocabulaire mathématique adapté. Il attire l'attention des candidats à propos des quantificateurs. Un manque de rigueur et de précision est ici fréquemment observé dans leur utilisation.

Le jury souligne le soin que les candidats ont apporté à la justification de leurs réponses. Il regrette néanmoins quelques confusions entre une démonstration mathématique et une conjecture obtenue en traitant des exemples ou à l'aide d'un résultat obtenu sur calculatrice.

Le jury relève une maîtrise fragile de certains candidats dans le domaine des probabilités. En particulier, les notions de probabilités conditionnelles et d'indépendance sont souvent lacunaires. Une large majorité de candidats a démontré sa capacité à identifier les situations probabilistes dont la modélisation relève d'une loi binomiale. Cependant l'utilisation du modèle se doit d'être correctement justifiée.

Les questions portant sur la trigonométrie ont été peu investies par les candidats. Les formules de trigonométrie sont globalement assez mal connues. A contrario les questions d'arithmétique, majoritairement abordées, ont été bien traitées.

3.4.2. Problème 2 : suites

Les candidats ont globalement bien rédigé l'étude de la fonction. Les insuffisances ont principalement porté sur l'étude des limites aux bornes de l'ensemble de définition (absence de référence aux croissances comparées quand c'était nécessaire) et l'étude du signe de la fonction dérivée (la résolution de l'équation $f'(x) = 0$ n'apporte pas une justification complète).

Malgré des difficultés d'ordre calculatoire, une majorité de candidats a montré de solides connaissances à propos des études de suites et des théorèmes de convergence.

La partie C du problème a été très peu abordée.

3.4.3. Problème 3 : équation différentielle

Le problème 3 est le problème qui semble avoir posé le plus de difficulté aux candidats. Peu d'entre eux ont été en mesure de traiter des questions qui relevaient du programme de spécialité mathématique du cycle terminal. Des imprécisions dans la lecture des questions ont entrainé des réponses incomplètes. Le jury a valorisé des productions utilisant des théorèmes sur les équations différentielles linéaires d'ordre 2. Il regrette cependant que le cas particulier $m = 0$ ait rarement été correctement traité.

3.4.4. Problème 4 : distance entre deux droites de l'espace

Dans ce problème, la question sur l'intersection de deux plans a été très peu réussie. Seul un petit nombre de candidats s'est appuyé sur la non colinéarité des vecteurs normaux à chacun des plans. Globalement la maîtrise du vocabulaire associé à la géométrie analytique demeure fragile.

La recherche des coordonnées du point d'intersection de deux droites sécantes a fréquemment entrainé l'erreur classique qui consiste à utiliser le même paramètre dans les représentations paramétriques des deux droites en question. Le jury relève aussi des erreurs de raisonnement : confusion entre une propriété et la propriété réciproque.

Les autres questions de cette partie B ont été correctement traitées contrairement à la dernière partie qui a été peu abordée.

4. Commentaires sur les épreuves orales d'admission

4.1. Première épreuve d'admission : exposé sur un thème donné.

4.1.1. Déroulement de l'épreuve

Le programme de la première épreuve d'admission est celui des classes des collèges et des lycées d'enseignement général et technologique. Le candidat choisit un sujet de leçon, parmi deux qu'il tire au sort et dispose d'un temps de préparation de deux heures. Il a été préalablement informé que son exposé devra comprendre la présentation d'un plan hiérarchisé, le développement d'un point particulier de ce plan (démonstration, résolution d'un exercice, etc.) et des illustrations par des exemples. L'exposé doit mettre en valeur le recul du candidat par rapport au thème qu'il a choisi.

À la suite de l'exposé d'une durée maximale de 30 minutes, un entretien avec le jury porte sur les questions soulevées par l'exposé du candidat ou tout autre aspect en lien avec le sujet.

L'épreuve permet d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser et organiser des notions sur un thème donné, et à les exposer de façon convaincante. Le jury tient compte dans la notation de la maîtrise écrite et orale de la langue française (vocabulaire, grammaire, conjugaison, orthographe).

Plus précisément, lors de l'évaluation de cette épreuve orale, le jury est plus particulièrement attentif aux critères suivants :

- maîtrise des compétences mathématiques ;
- organisation, clarté et maîtrise de la langue française ;
- interaction avec le jury.

4.1.2. Quelques remarques et conseils

La liste des sujets de la session 2023, qui figure sur le site du CAPES externe de mathématiques, est rappelée plus bas. On pourra se référer aux différents rapports du CAPES externe pour prendre connaissance des remarques du jury sur ces leçons. La publication de la liste exhaustive des leçons permet de les préparer à l'avance à l'aide de manuels et de ressources appropriées.

Le jury conseille au candidat de bien gérer son temps et de prévoir une répartition du temps entre la présentation d'un plan hiérarchisé, le développement d'un point particulier de ce plan et des illustrations par des exemples. Trop de candidats n'ont exposé que le plan détaillé sans démonstration et sans illustration par des exemples.

Plan d'étude hiérarchisé et détaillé de la leçon

Le candidat doit veiller à respecter les restrictions du titre de la leçon et à proposer un plan correspondant à une leçon pouvant être présentée à une classe. Si une présentation rapide du plan est appréciée en début d'exposé, celui-ci ne doit pas se limiter à une succession de titres. Il est pertinent de préciser les énoncés mathématiques emblématiques de la leçon : définitions, théorèmes, propriétés... L'exposé du plan doit permettre au candidat de montrer sa hauteur de vue sur la notion présentée.

Il est préférable d'éviter le "copié-collé" d'un manuel lu sans discernement ni priorisation dans les éléments proposés. Il est conseillé également de ne pas recopier tout un cours et de savoir se détacher de ses notes. Le candidat peut alterner entre un diaporama avec des énoncés de manuels et des parties écrites au tableau permettant d'illustrer ses propos.

Développement d'un point particulier choisi par le candidat

Le développement est obligatoire. Le candidat doit préciser son choix au jury. Le développement ne consiste pas à détailler une partie du plan, il peut être une démonstration d'un résultat, la résolution d'un exercice, l'explicitation des conditions d'application d'un théorème, la réalisation d'une simulation à l'aide d'un logiciel.... Le jury a regretté des développements trop courts ou insuffisamment maîtrisés par les candidats.

Si lors de l'échange avec le jury, le tableau peut être le support de schémas ou d'éléments de calcul, pour le développement, les écrits mathématiques doivent être structurés tels qu'ils seraient présentés aux élèves. Le jury a apprécié la production d'articulations logiques entre les différentes propositions, la quantification des énoncés et la capacité à se détacher de ses notes. La rigueur et la rédaction sont des attendus importants lors du développement.

Illustrations par des exemples

Même s'ils ont été trop rares lors de la première partie de l'épreuve, les exemples pertinents permettent de mettre en valeur les compétences mathématiques du candidat. Il est important de réfléchir lors de la préparation au concours à des exemples illustrant les notions des leçons. Elles peuvent être présentées au travers d'exercices. Une illustration à l'aide d'outils logiciels (tableur, géométrie dynamique, algorithme) est appréciée, de même que l'utilisation de schémas.

Entretien avec le jury

Le candidat doit s'attendre à ce que le jury lui demande d'écrire des énoncés mathématiques de manière rigoureuse, telle qu'ils pourraient apparaître dans un cahier d'élève. À d'autres moments, le tableau peut aussi servir de support aux réflexions du candidat (comme un brouillon) pour étayer ses traces de recherche. Le jury peut poser des questions de logique (quantificateurs, liens entre deux assertions), des questions portant sur les types de raisonnement, sur les statuts des énoncées, les statuts de la lettre. Le jury peut demander la résolution d'un court exercice qui n'a pas été présenté par le candidat.

Le temps consacré aux questions étant court (quinze minutes), le candidat ne devra pas s'étonner que le jury passe à une autre question même si la réponse apportée n'est pas complète ou si l'exercice ou la propriété n'est pas démontrée intégralement. Le jury ne signifie pas aux candidats lors de l'entretien si les réponses sont correctes. Dans une posture professionnelle et bienveillante, il prend des informations sans retour positif ou négatif au candidat.

Utilisation des manuels, des outils logiciels, du tableau, du vidéoprojecteur

L’utilisation du tableau de façon structurée est appréciée. De même que l’utilisation pertinente d’un diaporama qui permet un formalisme mathématique rédigé et dégage du temps pour détailler des illustrations, des exemples ou des prolongements de la leçon.

Une utilisation pertinente des logiciels de géométrie dynamique ou de tableur est appréciée.

Maîtrise des contenus mathématiques, compétences didactiques et pédagogiques

Le jury a regretté des plans peu structurés et des contenus mathématiques énoncés de manière peu rigoureuse.

Le candidat doit s’attendre à ce que le jury pose des questions du niveau lycée. Le travail de préparation au concours doit conduire à une maîtrise des démonstrations exigibles jusqu’à la classe de terminale en identifiant les obstacles potentiels et en anticipant des questions ou des erreurs d’élèves.

Les programmes doivent être le support de référence à la préparation du candidat ainsi que les documents ressources disponibles sur Eduscol. Pour s’entraîner, le candidat peut utiliser des manuels de lycée.

Lorsque cela est possible, il sera apprécié d’un candidat sa capacité à présenter une notion selon plusieurs niveaux (collège, lycée), montrant ainsi sa hauteur de vue, sa prise de distance sur la leçon.

Dans les leçons d’applications, une collaboration interdisciplinaire peut être abordée par le candidat afin de donner du relief à la leçon, et de faire apprécier une projection collégiale du métier par le jury.

Organisation, clarté et maîtrise de la langue française

Durant toute la leçon, le candidat doit s’adresser au jury, parler de manière intelligible et claire dans une posture affirmée d’enseignant.

Interaction avec le jury

Le candidat ne doit pas hésiter à reformuler une question s’il n’est pas sûr de l’avoir comprise et doit rester à l’écoute des interventions du jury.

Remarques spécifiques aux différentes leçons

Chaque leçon doit comprendre des exemples et des applications permettant d'illustrer ce sujet. Il est utile, en amont du des épreuves, de s’interroger sur le sens des mots « application » et « exemple ».

« Application » correspond à l’utilisation des notions mathématiques de la leçon dans différents domaines, qu’ils soient mathématiques, associés à d’autres disciplines ou à des contextes historiques.

« Exemples » est à comprendre au sens de l’exemple scolaire, « énoncé servant à montrer le fonctionnement d'une notion mathématique correctement appliquée », mais aussi de l’exemple caractéristique sur lequel l’élève peut s’appuyer pour s’approprier la notion (au sens de donner l’exemple). Le jury a apprécié les exemples « simples, mais percutants », comme les contre-exemples ou les exemples montrant la nécessité d’une hypothèse ou d’un quantificateur. Pour une leçon d’exemples, il convient d’en proposer un nombre suffisant pour illustrer des outils ou méthodes pertinents et variés.

Dans certaines leçons, apparaît aussi le mot « problème », central dans les mathématiques et dans son enseignement. On peut lire avec intérêt le guide de résolution de problèmes du collège : un problème se caractérise par un état initial (la « situation-problème »), un objectif à atteindre (la « solution »), et des moyens à disposition pour atteindre cet objectif (des règles mathématiquement valides dont découlent des stratégies de résolution). La notion de problème suppose également celle d'obstacle : à la différence d'une activité automatisée ou des exercices d'entraînement, une personne face à un problème ne perçoit pas immédiatement un chemin de résolution.

Pour ces leçons, il n'est pas attendu une présentation exhaustive du cours. Quelques rappels très rapides peuvent éventuellement être présentés de manière pertinente sans constituer une part trop grande de la leçon.

Voici la liste des sujets proposés lors de la session 2023.

1. Exemples de dénombrements dans différentes situations.
2. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
3. Variables aléatoires discrètes.
4. Variables aléatoires réelles à densité.
5. Statistique à une ou deux variables, représentation et analyse de données.
6. Multiples et diviseurs dans $\mathbb{N}$, nombres premiers.
7. PGCD et PPCM dans $\mathbb{Z}$.
8. Congruences dans $\mathbb{Z}$.
9. Différentes écritures d'un nombre complexe.
10. Utilisation des nombres complexes en géométrie.
11. Trigonométrie.
12. Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère.
13. Droites et plans dans l'espace.
14. Transformations du plan. Frises et pavages.
15. Relations métriques et angulaires dans le triangle.
16. Solides de l'espace : représentations et calculs de volumes.
17. Périmètres, aires, volumes.
18. Exemples de résolution de problèmes de géométrie plane à l'aide des vecteurs.
19. Produit scalaire dans le plan.
20. Applications de la notion de proportionnalité à la géométrie.
21. Problèmes de constructions géométriques.
22. Exemples de problèmes d'alignement, de parallélisme.
23. Exemples de problèmes d'intersection en géométrie.
24. Pourcentages et taux d'évolution.
25. Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations.
26. Problèmes conduisant à une modélisation par des graphes, par des matrices.
27. Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré.
28. Suites numériques. Limites.
29. Suites définies par récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.
30. Détermination de limites de fonctions réelles de variable réelle.
31. Théorème des valeurs intermédiaires.
32. Nombre dérivé. Fonction dérivée.
33. Fonctions exponentielles.
34. Fonctions logarithmes.
35. Fonctions convexes.

36. Primitives, équations différentielles.
37. Intégrales, primitives.
38. Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes, méthodes approchées).
39. Exemples de résolution d'équations (méthodes exactes, méthodes approchées).
40. Exemples de modèles d'évolution.
41. Problèmes dont la résolution fait intervenir un algorithme.
42. Différents types de raisonnement en mathématiques.
43. Exemples d'approche historique de notions mathématiques enseignées au collège, au lycée.
44. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

4.2. Seconde épreuve d'admission : entretien avec le jury

4.2.1. Déroulement de l'épreuve

L'épreuve porte sur la motivation du candidat et son aptitude à se projeter dans le métier de professeur au sein du service public de l'éducation, en particulier à Mayotte. En amont de cette épreuve, le candidat admissible transmet une fiche individuelle de renseignement. Pour cette seconde épreuve d'admission, les candidats n'ont pas de temps de préparation. L'entretien est séparé en deux parties de quinze minutes chacune.

Débutant par une présentation des éléments de son parcours et des expériences qui l'ont conduit à se présenter au concours, la première partie de l'entretien se poursuit par un échange avec le jury s'appuyant notamment sur la fiche individuelle de renseignement. Le questionnement porte sur la mobilisation des compétences acquises pour l'exercice du métier de professeur.

Lors de la deuxième partie de l'épreuve, deux mises en situation professionnelle sont proposées aux candidats, l'une d'enseignement, en rapport avec la discipline mathématique ou le contexte de la classe, l'autre relative à la vie scolaire, extérieure à la classe et pouvant être liée au contexte mahorais. Ces situations permettent d'apprécier l'aptitude du candidat à s'approprier les valeurs de la République, dont la laïcité, et les exigences du service public ainsi que sa faculté à faire connaître et partager ces valeurs et exigences.

Le jury tient compte dans la notation des qualités orales du candidat et de sa maîtrise de la langue française. Il est aussi particulièrement attentif à la capacité du candidat à se projeter dans le métier d'enseignant, en particulier au travers de la structuration de ses réponses aux situations proposées.

4.2.2. Quelques remarques et conseils de préparation et de passation de l'épreuve

Présentation par le candidat des éléments de son parcours et des expériences.

Le jury souligne que les cinq premières minutes de présentation sont bien préparées et bien structurées. Certains candidats cependant ne présentent que leur motivation pour le métier (ou pour les mathématiques) et ne présentent pas leur parcours de formation. D'autres hésitent à exposer certaines parties de leurs parcours. Il est pourtant intéressant de savoir analyser ses choix, éventuellement ses difficultés, pour mettre en avant le projet actuel, notamment lors d'une reconversion professionnelle.

Le jury n'attend pas une réponse précise à une question mais apprécie la sincérité et l'honnêteté du discours (difficultés rencontrées, capacité à se projeter...).

Projection dans le métier d'enseignant en appui sur le parcours

Des expériences personnelles peuvent être développées pour illustrer un point précis du métier. Ce retour sur expérience et l'analyse qui suit sont très appréciés par le jury et illustrent le propos. Il est essentiel cependant de ne pas limiter sa réflexion sur son vécu personnel. Pour éviter d'avoir une vision parcellaire, voire erronée ou idéalisée du système scolaire, il est recommandé aux candidats lors de leur préparation de prendre le temps de se renseigner sur le métier, sur le système éducatif et sur les acteurs composant un établissement scolaire. Il est attendu du candidat qu'il ait eu une réflexion personnelle sur le métier d'enseignant, même s'il n'a jamais enseigné auparavant

Le jury peut demander au candidat de se projeter dans la conception d'une séance ou d'une séquence mathématique…

Projection dans le métier au travers des situations

La deuxième partie de l'épreuve permet au jury, à travers deux mises en situation professionnelle, l'une d'enseignement, la seconde en lien avec la vie scolaire, d'apprécier l'aptitude du candidat à s'approprier les valeurs de la République et à faire connaître et faire partager ces valeurs et exigences.

L'exposé de la situation est proposé sous la forme de la conversation, tout en laissant au candidat la possibilité de prendre le temps de réfléchir afin d'en comprendre les enjeux.

Certaines situations proposées ont été vécues par les candidats. Cela conduit à des témoignages riches et ouvre l'échange lorsque le candidat analyse la situation en prenant de la distance.

Les candidats se sont préparés pour des situations en rapport avec la laïcité. Ce thème a visiblement suscité beaucoup d'intérêt, mais ne constitue pas un élément transversal à toutes les situations proposées.

Les candidats fondent souvent leur choix sur des valeurs personnelles fortes. Si l'émotion est importante pour identifier et exprimer ce que l'on ressent ou pour comprendre ce que ressentent les autres, il convient de s'en dégager pour mieux qualifier la situation et analyser ses conséquences et les déstabilisations induites. Il est attendu du candidat qu'il se rapporte à des références personnelles, mais aussi aux compétences professionnelles, aux politiques d'un établissement, à ses outils et ses instances, à des politiques éducatives, à des textes législatifs, ainsi qu'aux valeurs et principes de la République. Le jury précise qu'il n'y a pas de réponses attendues et l'analyse de la situation peut conduire à des pistes de solutions différentes. Toute référence au contexte mahorais a été appréciée, notamment lorsqu'elle étaye l'analyse. Il est recommandé de connaître les intitulés de quelques dispositifs pouvant remédier aux principales difficultés du métier sur le territoire.

Le concours ouvre à un métier de la fonction publique : il est important que le candidat se soit approprié les principes et valeurs de la République rencontrés dans diverses situations de la vie courante du métier d'enseignant. Il est à regretter que certains candidats connaissent mal le système éducatif, notamment sur les principales instances et les rôles des principaux acteurs de l'Éducation Nationale.

Qualités orales

Une bonne aisance à l'oral est remarquée chez un bon nombre de candidats, avec des propos argumentés, structurés, et une prise de distance sur les enjeux de la situation appréciés.

Exemples de situations proposées lors de la session 2023

Voici quelques situations proposées lors de cette session.

Il est généralement demandé au candidat de distinguer les valeurs ou principes mis en jeu, d'analyser la situation et de dire comment il réagirait s'il y était confronté.

- Une élève souhaiterait poursuivre ses études dans une classe préparatoire aux grandes écoles à Nancy. Son dossier a été accepté, mais ses parents ne veulent pas qu'elle quitte Mayotte.
- Un élève ne fait jamais son travail à la maison.
- Lors du ramadan, quelques élèves semblent épuisés et s'endorment.
- Des élèves vous signalent qu'ils ont vu, sur un mur du lycée, des graffitis injurieux ciblant un village.
- Dans un exercice, il est question d'une chauffeuse de taxi. Un élève vous interpelle : « Je n'ai jamais vu de chauffeuse de taxi, la preuve, on dit taximan ! ».

5. Annexe : ressources mises à disposition des candidats

Pendant le temps de préparation et lors de l'interrogation de la première épreuve orale, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition.

Le candidat emmène avec lui dans la salle d'interrogation l'ordinateur portable mis à sa disposition dans la salle de préparation. L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.

Les candidats ne sont pas autorisés à utiliser de calculatrices.

L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte de l'établissement.

Les documents suivants sont mis à disposition des candidats sous forme numérique :

- réglementation du concours ;
- référentiel des compétences professionnelles ;
- programmes de Mathématiques (collège, lycée) et documents ressources en ligne sur Eduscol.

Manuels numériques

Le jury remercie les éditeurs ayant mis gracieusement leurs manuels à la disposition du concours.

BELIN

Delta : 6e (2016), cycle 4 (2016)

Métamaths : 2de (2019) et 1re spécialité (2019)

Cahier Python pour les maths en 2de (2020)

Enseignement scientifique 1re (2019)

Enseignement scientifique Terminale (2020)

BORDAS

CQFD : 1re spécialité (2019)

Indice : 2de (2019), 1re spécialité (2019), 1re séries technologiques (2019), Terminale mathématiques complémentaires (2020), Terminale spécialité (2020), Terminale séries technologiques, enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)

Myriade : 6e cycle 3 (2016), cycle 4 (2016)

Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

DELAGRAVE

BTS Industriels (B, C et D) (2014) Algomaths : 1re séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2019), Terminale séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)

DIDIER

Mathsmonde : 6e cycle 3 (2017), cycle 4 (en un volume) (2016)

Math'x : 2de (2019)

Enseignement scientifique 1re (2019)

FOUCHER

Sigma : 1re séries technologiques (2019), Terminale séries technologiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)

Sigma BTS : BTS CG (2015), Mathématiques pour l'informatique BTS SIO (2014), BTS Industriels Tome 1 groupement A (2002), BTS Industriels Tome 2 groupement A (2002), BTS Industriels Tome 1 Analyse et algèbre groupements B, C et D (2014), BTS Industriels Tome 2 Statistique et probabilités groupements B, C et D (2014)

HACHETTE

Déclic : Déclic 2de (2019), Déclic 1re (2019), Terminale mathématiques complémentaires (2020)

Phare : 6e (2016), 5e (2016)

Kiwi cycle 4 (2016)

Mission Indigo : cycle 4 5e (2016), cycle 4 4e (2016), cycle 4 3e (2016)

Barbazo : 2de (2019), 1re spécialité (2019), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020)

Calao : 1re séries technologiques mathématiques enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2019), Terminales STI2D/STL Mathématiques enseignement commun et spécialité (2020)

Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

BTS : Mathématiques groupement A (2006), Mathématiques groupement B, C et D (2006)

HATIER

Dimensions : 6e cycle 3 (2016), 3e année du cycle 4 (2016), cycle 4 (2016)

Variations : 2de (2019), 1re spécialité (2019), Terminale spécialité (2020)

Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

MAGNARD

Delta Maths : 6e (2016), cycle 4 (2017)

Sésamath : cycle 4 (2016), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020), mathématiques expertes (2020)

Maths : 2de (2019), 1re (2019)

Enseignement Scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

NATHAN

Transmath : 6e Cycle 3 (2016), cycle 4 (2016), 2de (2019), 1re spécialité (2019)

Techmaths : 1re enseignement commun et spécialité STI2D (2019), Terminale enseignement commun et spécialité STI2D/STL (2020)

Hyperbole : 2de (2019), 1re (2019), Terminale spécialité (2020), mathématiques complémentaires (2020), mathématiques expertes (2020)

Enseignement scientifique 1re (2019), Enseignement scientifique Terminale (2020)

DUNOD

Mathématiques pour l'informatique BTS SIO (2015), Programmation en Python pour les mathématiques (2016)

ELLIPSES

Apprendre la programmation par le jeu, à la découverte du langage Python 3 (2015)

Python, les bases de l'algorithmique et de la programmation (2015)

EYROLLES

Apprendre à programmer avec Python 3 (2012)

Informatique et sciences du numérique - édition spéciale Python ! (2013)

MASSON

Eléments d'algorithmique (1992)

Le candidat peut également, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés. Sont exclus les ouvrages de préparation aux épreuves orales du concours. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

Logiciels

LibreOffice

Emulateur de calculatrices numworks

Geogebra 5

Python 3 (éditeur Pyzo avec les bibliothèques numpy, scipy et matplotlib)

Scratch