

SESSION 2024

**AGREGATION
CONCOURS EXTERNE**

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE DES CONSTRUCTIONS**

**MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ
OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 6 heures

Calculatrice autorisée selon les modalités de la circulaire du 17 juin 2021 publiée au BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire

Tournez la page S.V.P.

A

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1416A	102	2680

COMPLEXE SPORTIF DE L'ÉMULATION NAUTIQUE

Toutes les parties sont indépendantes les unes des autres. En outre, au sein d'une même partie, un grand nombre de questions peut être traité de manière indépendante. Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il convient de justifier les choix effectués et les calculs réalisés ainsi que de commenter les résultats obtenus. Une attention sera apportée à la présentation et à la clarté des explications.

Étude 1 : POUTRE CONTINUE EN BOIS SOUMIS AU VENT ET AU POIDS PROPRE
(3 points)

Étude 2 : POTEAU HYPERSTATIQUE EN BOIS SOUMIS AU VENT (4 points)

Étude 3 : ÉTUDE MECANIQUE D'ÉLÉMENTS SECONDAIRES (3 points)

Étude 4 : ÉTUDE DU RISQUE DE CONDENSATION DE LA FAÇADE EXTÉRIEURE
(3 points)

Étude 5 : INTERMITTENCE DE CHAUFFAGE (3 points)

Étude 6 : INSTALLATION GÉOTHERMIQUE (4 points)

Contexte de l'étude

L'étude porte sur un complexe sportif possédant une structure mixte béton, acier et bois. Ce bâtiment abrite le siège et les cours de tennis couverts du club omnisports de l'Émulation Nautique de Toulouse. Il a été construit à Toulouse sur « l'île du Ramier ». Il s'agit d'un bâtiment devant accueillir du public de type gymnase et bureau.

- La partie « Halle de tennis » est une structure porteuse en bois avec des assemblages et des renforts en acier de type hyperstatique surmontée d'une toiture en bâches tendues.
- La partie « Bureau » est située sur un côté du bâtiment. Cette zone est chauffée et isolée. Les murs qui la délimitent sont en ossature bois.

Contexte général du quartier.

Ce projet s'inscrit dans la dynamisation du « Grand parc Garonne » (figure 1) dans le quartier de l'« Ile du Ramier » qui était un autrefois le poumon vert de la ville de Toulouse. Cette zone est actuellement en pleine mutation avec la démolition de l'ancien Hall des Expositions et le réaménagement de certaines zones vertes et des berges de la Garonne.

Le transfert du Parc des expositions (2020), ouvre des perspectives de reconquête d'un vaste poumon vert au cœur de la métropole. Pour transformer l'île en un parc urbain dédié à la nature, à la culture et aux loisirs, une concertation est engagée.

Le Grand Parc Garonne, qui s'étend sur 32 km et concerne 7 communes, vise à reconquérir les bords du fleuve, pour faire de la Garonne le lien fédérateur de la Métropole. La transformation de l'Île du Ramier en un vaste parc urbain est l'un des trois volets du projet.

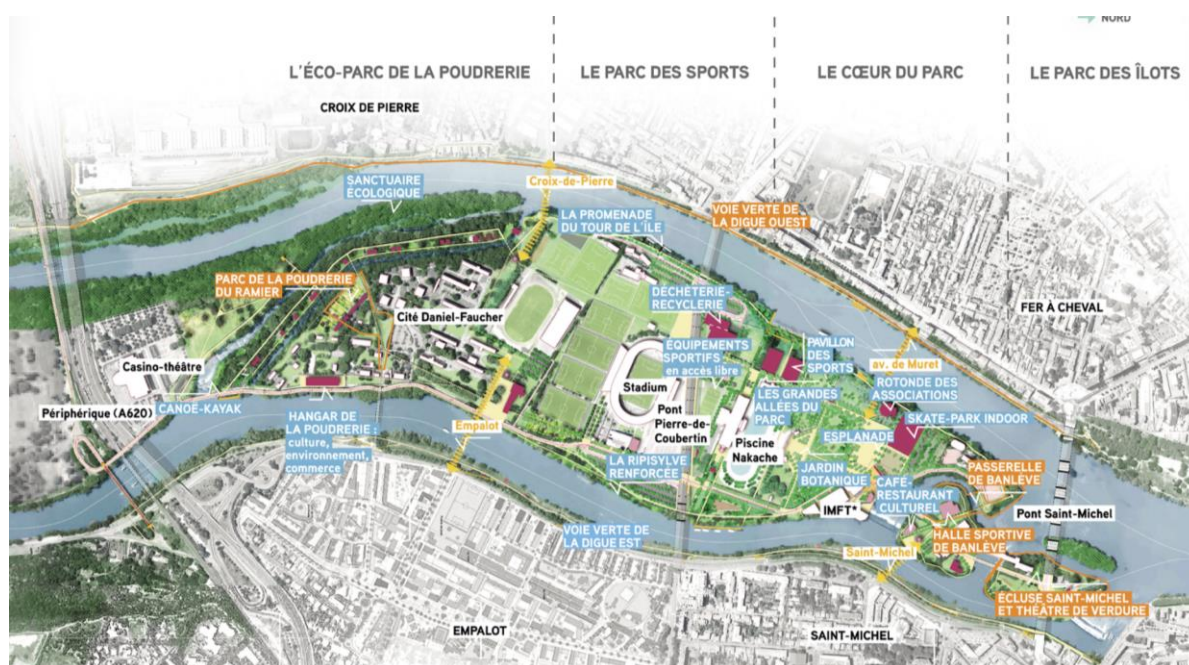


Figure 1 : Grand Parc Garonne

Le complexe.

Le projet du complexe sportif de la « Halle de tennis de l'Émulation Nautique » est présenté en format 3D (figure 2).



Figure 2 : projection extérieure du projet de la Halle

La figure 3 présente les deux parties distinctes du bâtiment d'étude : la halle de tennis pour la partie structurelle et les bureaux administratifs pour la partie thermique.

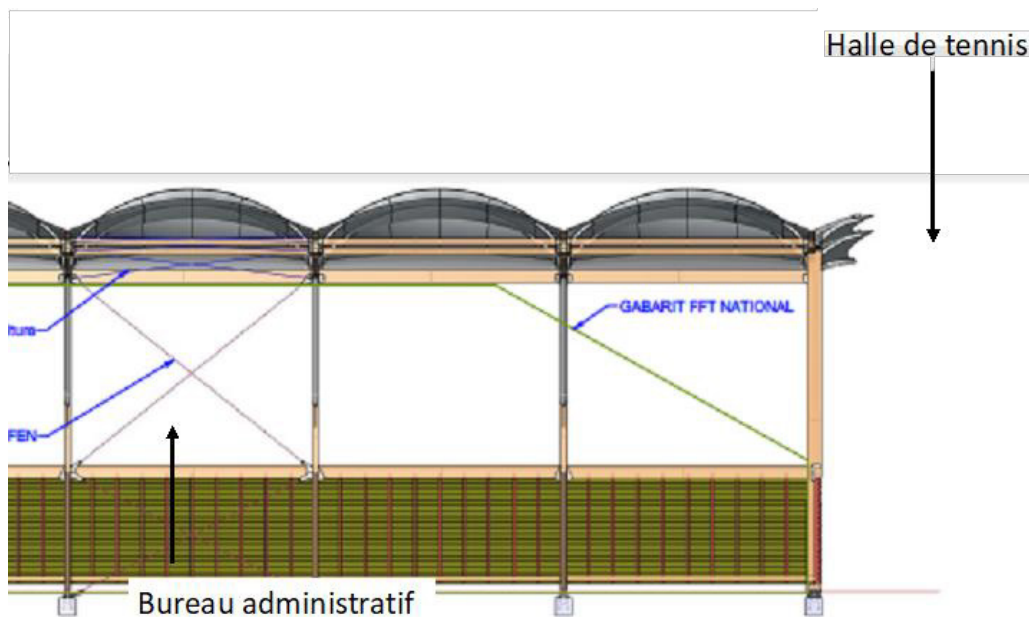


Figure 3 : halle de tennis et bureaux administratifs de l'Émulation nautique

Remarque générale importante

Pour l'établissement de ce sujet, le projet réel a été fortement simplifié. Ainsi, bien que les ordres de grandeur aient été globalement respectés, les valeurs données dans ce sujet ne sont pas directement celles qui ont été utilisées pour le dimensionnement de la halle. En outre, certaines des solutions technologiques proposées dans ce sujet ne sont pas celles qui ont été effectivement choisies pour la construction réelle.

L'étude structurelle de la halle de tennis s'articule en trois études distinctes et indépendantes les unes des autres. Les trois études, présentées en figure 4, sont :

- étude 1 - Poutre continue en bois soumise au vent ascendant et au poids propre
- étude 2 - Poteau hyperstatique en bois soumis à un vent latéral
- étude 3 - Étude mécanique d'éléments secondaires (arceau et renfort)

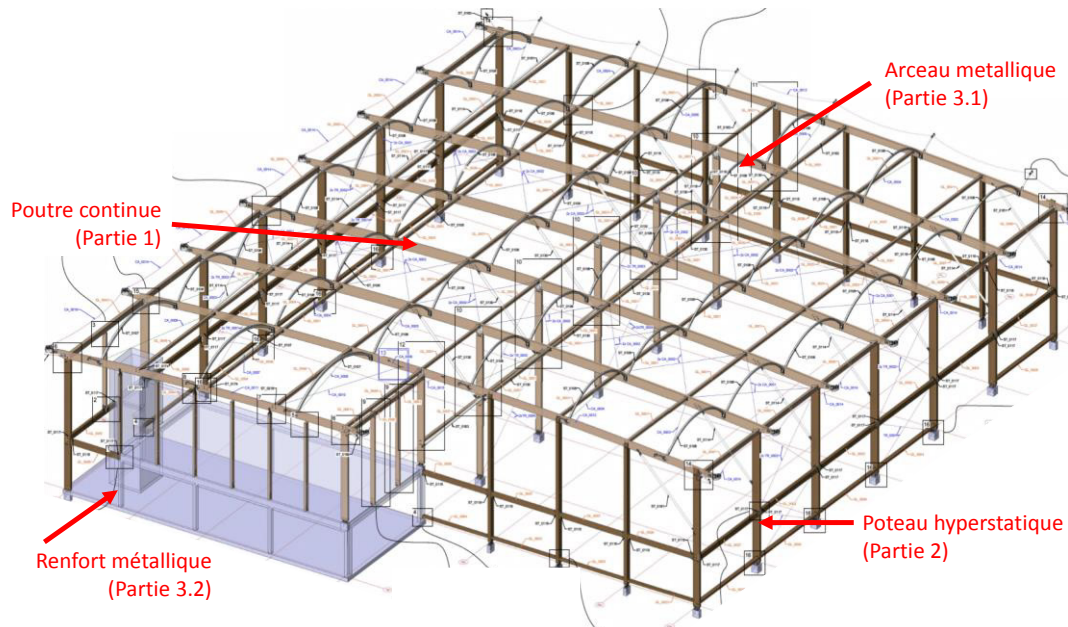


Figure 4 : présentation des éléments structuraux étudiés de la halle de tennis.

L'étude énergétique de la halle de tennis s'articule en trois études distinctes et indépendantes les unes des autres. Les trois études sont :

- étude 4 – Risque de condensation de la façade extérieure
- étude 5 – Intermittence de chauffage
- étude 6 – Installation géothermique

Étude 1 : poutre continue en bois soumise au vent et au poids propre

L'objectif de cette première étude consiste à vérifier la section de bois du dispositif structural (poutre et poteau présenté en figure 5) soumis à deux types de chargement, le vent (étude 1.1) et son poids propre (étude 1.2).

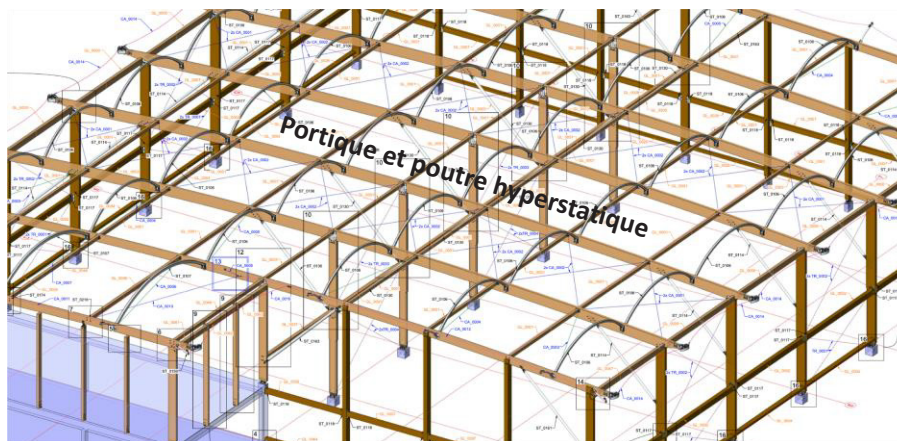


Figure 5 : structure hyperstatique poteau - poutre en bois GL24h

1.1. Étude du portique hyperstatique soumis au vent ascendant sur la bâche de la toiture

Soit le portique hyperstatique en bois soumis uniquement à une série de charges ponctuelles de vent ascendantes simulant le vent (F_w). La figure 6 présente le schéma mécanique de cette structure.

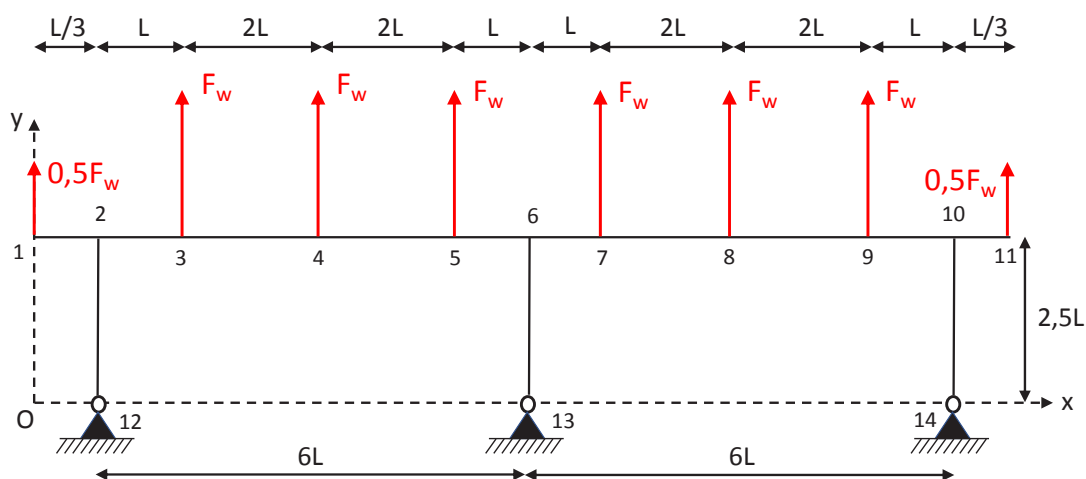


Figure 6 : schéma mécanique du portique hyperstatique

Cette structure a été modélisée sur Autodesk Robot Structural Analysis© (RSA) conformément à la modélisation fournie dans le document technique DT1. Les données techniques utilisées sont les suivantes :

- $L = 3 \text{ m}$
- Poteaux 2-12, 6-13 et 10-14 : Bois classe GL24h avec section ($280 \times 160 \text{ mm}$)
- Poutre 1-11 : Bois classe GL24h avec section ($h : 280 \times b : 160 \text{ mm}$)
- $F_w = 1\,044 \text{ N}$

Les résultats de la modélisation RSA sont présentés dans le document technique DT1 sous la forme du diagramme de l'effort normal, du diagramme de l'effort tranchant, du diagramme du moment fléchissant.

Par défaut, les résultats sont présentés par logiciel dans le repère global.

Question 1.1. À partir des résultats obtenus, **établir** les valeurs numériques des réactions d'appuis avec le sol de ce portique.

Question 1.2. **Calculer** numériquement la contrainte de traction maximale dans les poteaux de la structure. **Comparer** la valeur obtenue avec la valeur caractéristique pour un bois classé GL24h (figure 7) et **conclure**.

Question 1.3. **Calculer** numériquement la contrainte de cisaillement maximale de cette structure. On utilisera l'équation Eq.1 pour une section rectangulaire. **Comparer** la valeur obtenue avec la valeur caractéristique pour un bois classé GL24h (figure 7) et **conclure**.

$$\tau_{xy}(x) = \frac{3V_y(x)}{2bh} \quad \text{Eq.1}$$

Où :

$\tau_{xy}(x)$ est la contrainte de cisaillement selon x ;

$V_y(x)$ est l'effort tranchant selon x ;

b et h sont la base et la hauteur de la section de la poutre.

Question 1.4. **Calculer** numériquement la contrainte de flexion composée au point 6 sur la modélisation RSA. **Comparer** la valeur obtenue avec la valeur caractéristique de flexion pour un bois classé GL24h (figure 7) et **conclure**.

Symbole	Désignation	Unité	Lamellés-collés homogènes				Lamellés-collés panachés			
			GL24h	GL28h	GL32h	GL36h	GL24c	GL28c	GL32c	GL36c
$f_{m,g,k}$	Contrainte de flexion	N/mm ²	24	28	32	36	24	28	32	36
$f_{t,0,g,k}$	Contrainte de traction axiale	N/mm ²	16,5	19,5	22,5	26,0	14,0	16,5	19,5	22,5
$f_{t,90,g,k}$	Contrainte de traction perpendiculaire	N/mm ²	0,40	0,45	0,50	0,60	0,35	0,40	0,45	0,50
$f_{c,0,g,k}$	Contrainte de compression axiale	N/mm ²	24	26,5	29	31	21	24	26,5	29
$f_{c,90,g,k}$	Contrainte de compression perpendiculaire	N/mm ²	2,7	3,0	3,3	3,6	2,4	2,7	3,0	3,3
$f_{v,g,k}$	Contrainte de cisaillement	N/mm ²	2,7	3,2	3,8	4,3	2,2	2,7	3,2	3,8
$E_{0,g,mean}$	Module moyen axial	kN/mm ²	11,6	12,6	13,7	14,7	11,6	12,6	13,7	14,7
$E_{0,g,05}$	Module axial au 5 ^e pourcentile	kN/mm ²	9,4	10,2	11,1	11,9	9,4	10,2	11,1	11,9
$E_{90,g,mean}$	Module moyen transversal	kN/mm ²	0,39	0,42	0,46	0,49	0,32	0,39	0,42	0,46
$G_{g,mean}$	Module de cisaillement	kN/mm ²	0,75	0,78	0,85	0,91	0,59	0,72	0,78	0,85
$\rho_{g,k}$	Masse volumique caractéristique	kg/m ³	380	410	430	450	350	380	410	430

Figure 7 : valeurs caractéristiques des bois lamellés-collés

1.2. Étude de la poutre hyperstatique soumise à son poids propre

Soit la poutre hyperstatique en bois soumise à son propre poids (charge uniformément gravitationnelle q_{pp}). La figure 8 présente le schéma mécanique de cet élément.

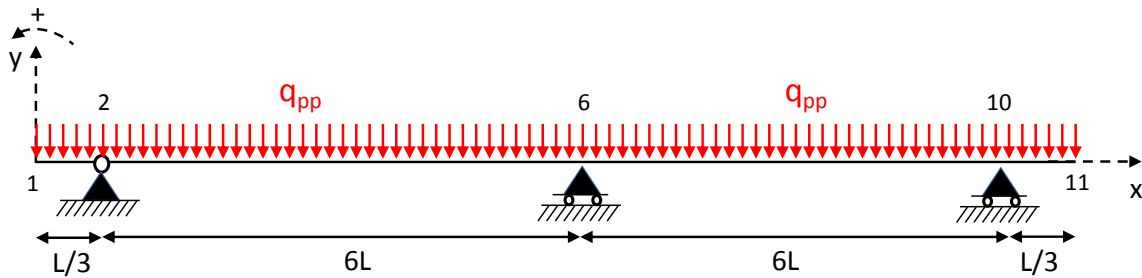


Figure 8 : schéma mécanique de la poutre hyperstatique

Question 1.5. Établir le degré d'hyperstaticité de la poutre continue.

Question 1.6. Déterminer les valeurs littérales des moments fléchissants aux points 1, 2, 10 et 11.

Question 1.7. À partir de la méthode des trois moments (figure 9), déduire littéralement le moment fléchissant au point 6 noté M_6 .

Question 1.8. En utilisant les équations Eq. 2 et Eq. 3, écrire les équations de l'effort tranchant $V_y(x)$ et du moment fléchissant $M_z(x)$ en fonction de x sur la longueur de la poutre.

$$V_{yi}(x) = V'_{yi}(x) + \frac{M_i - M_{i-1}}{L_i} \quad \text{Eq. 2}$$

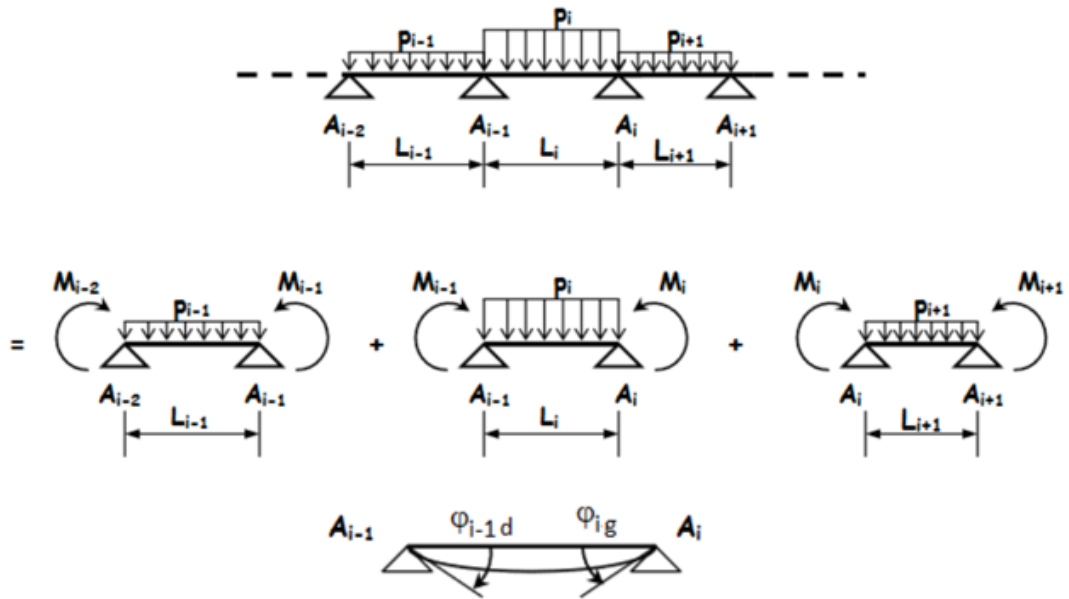
$$M_{zi}(x) = M'_{zi}(x) - M_{i-1} \left(1 - \frac{x}{L_i}\right) + M_i \frac{x}{L_i} \quad \text{Eq. 3}$$

Où :

- $M_{zi}(x)$ est le moment fléchissant en travée i ;
- $V_{yi}(x)$ est l'effort tranchant en travée i ;
- M_{i-1}, M_i sont les valeurs du moment fléchissant sur les appuis $i-1$ et i ;
- $M'_{zi}(x)$ est le moment fléchissant de la travée isostatique associée i ;
- $V'_{yi}(x)$ est l'effort tranchant de la travée isostatique associée i ;
- L_i est la longueur de la travée i .

Question 1.9. Tracer les diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant le long de la poutre.

La méthode des trois moments permet de déterminer les moments sur les appuis pour une travée i . On rappelle la relation dans le cas d'une poutre à sections et inerties constantes :



$$M_{i-1} \cdot L_i + 2 \cdot M_i \cdot (L_i + L_{i+1}) + M_{i+1} \cdot L_{i+1} = 6 \cdot E \cdot I (\varphi_{id} - \varphi_{ig})$$

Où :

- M_i est le moment sur l'appui i
- L_i est la longueur de la travée i (comprise entre les appuis $i - 1$ et i)
- φ_{ig} rotation en i , à gauche de l'appui i (calcul en travée isostatique)
- φ_{id} rotation en i , à droite de l'appui i (calcul en travée isostatique)



Figure 9 : méthode des trois moments

Étude 2 : poteau hyperstatique soumis au vent latéral

L'objectif de cette partie est de déterminer les réactions d'appui en pied (point A) d'un poteau hyperstatique (figure 10) soumis à une charge de vent (charge latérale horizontale q_w) afin de dimensionner la pièce d'encrage avec le support béton (figure 11).

Remarque : le repère et les conventions de signe sont présents sur les figures 10, 12, 13 et 14.

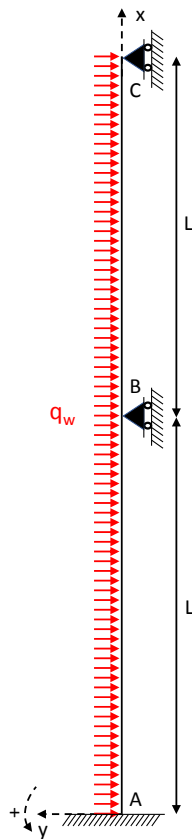


Figure 10 : poteau hyperstatique d'étude soumis à un vent latéral

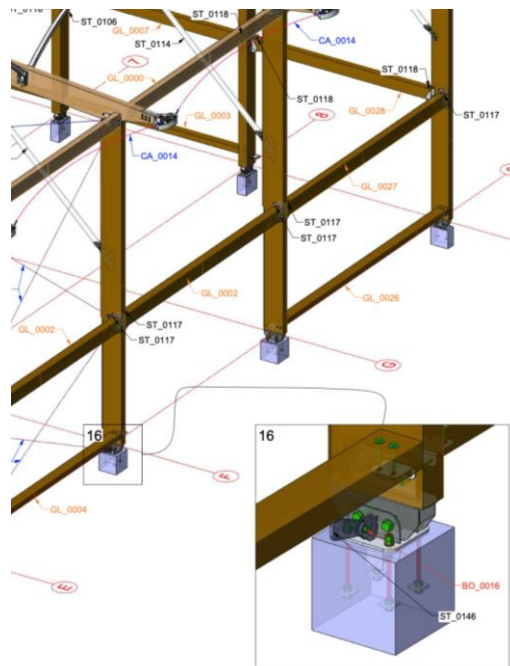


Figure 11 : ancrage du poteau hyperstatique

2.1. Étude d'un poteau isostatique soumis à une charge uniformément répartie

L'objectif de cette sous-partie est de définir littéralement les flèches horizontales aux points B et C (h_B et h_C) dans le cas où le poteau isostatique est soumis à une charge uniformément répartie (q_w). La figure 12 présente la configuration d'étude.

Question 2.1. À partir du formulaire de résistance des matériaux proposé dans le document technique DT2, **établir** l'expression littérale des déplacements horizontalement aux point B et C, respectivement h_B et h_C .

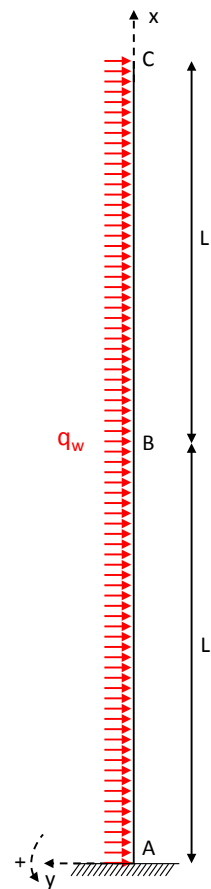


Figure 12 : poteau isostatique soumis à q_w

Remarque : on considère comme négatifs les déplacements h_B et h_C relatifs à la figure 12.

2.2. Étude d'un poteau isostatique soumis à une force ponctuelle en tête

L'objectif de cette sous-partie est de définir littéralement les flèches horizontales aux points B et C (h_B et h_C) dans le cas où le poteau isostatique est soumis à une charge ponctuelle (F_C) en tête (point C). La figure 13 présente la configuration d'étude.

Question 2.2. Déterminer les réactions d'appuis au point A et établir littéralement l'équation du moment fléchissant $M_z(x)$. **Tracer** le diagramme du moment fléchissant.

Question 2.3. À partir de l'équation du moment courbure (Eq. 4), **établir** l'équation de la déformée $y(x)$.

$$E I_{Gz} y''(x) = M_z(x) \quad \text{Eq. 4}$$

Où :

E est le module d'élasticité ;

I_{Gz} est le moment quadratique selon l'axe z ;

$y''(x)$ est la courbure ou dérivée seconde de la déformée $y(x)$;

$M_z(x)$ est le moment fléchissant selon x.

Question 2.4. Déduire littéralement les flèches horizontales en B et en C (h_B et h_C).

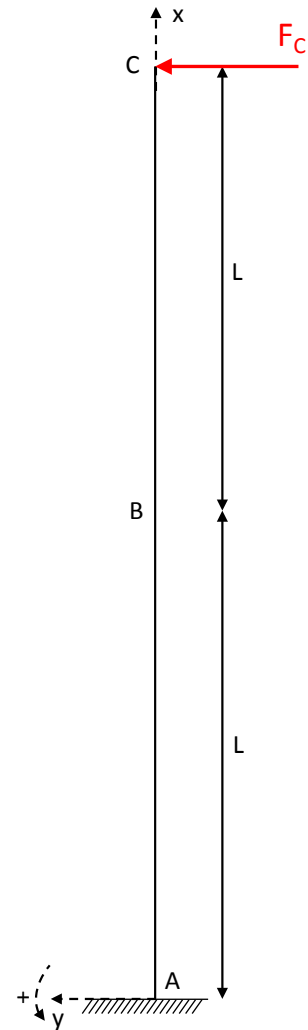


Figure 13 : poteau isostatique soumis à F_C

Remarque : on considère comme positifs les déplacements h_B et h_C relatifs à la figure 13.

2.3. Étude d'un poteau isostatique soumis à une force ponctuelle à mi-travée

L'objectif de cette sous-partie est de définir littéralement les flèches horizontales aux points B et C (h_B et h_C) dans le cas où le poteau isostatique est soumis à une charge ponctuelle (F_B) à mi-travée (point B). La figure 14 présente la configuration d'étude.

Question 2.5. Déterminer les réactions d'appuis au point A et tracer les diagrammes de l'effort tranchant $V_y(x)$ et du moment fléchissant $M_z(x)$.

Dans la suite de cette étude on néglige l'énergie élastique de déformation due à l'effort tranchant $W(V_y)$. Des indications sur la méthode et les tables des intégrales de Mohr sont proposées dans les documents techniques DT3 et DT4.

Question 2.6. Utiliser le théorème de Castigliano et les tables des intégrales de Mohr pour définir l'expression littérale de la flèche horizontale au point B (h_B).

Question 2.7. À partir du théorème de la charge fictive (voir document technique DT5) appliquée au point C, déterminer littéralement la flèche horizontale au point C (h_C).

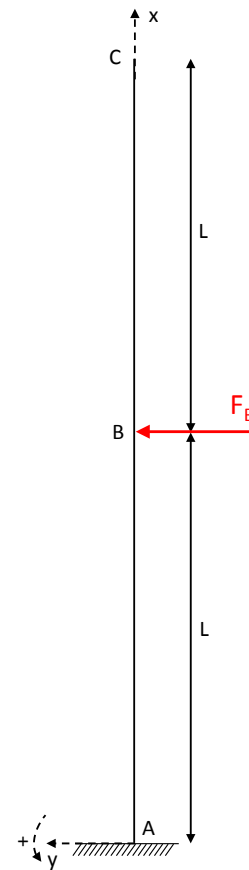


Figure 14 : poteau isostatique soumis à F_B

Remarque : on considère comme positifs les déplacements h_B et h_C relatifs à la figure 14.

2.4. Étude du poteau hyperstatique

Question 2.8. Établir le degré d'hyperstaticité du poteau présenté en figure 10.

Question 2.9. Donner les cinq conditions de déplacement relatifs aux trois appuis du poteaux (encastrement en A et appuis simples en B et C).

Question 2.10. En utilisant le théorème de superposition et le principe de compatibilité des déplacements déterminés dans les parties précédentes (2.1, 2.2 et 2.3), déterminer les réactions d'appuis horizontales aux points B et C.

Question 2.11. Déterminer littéralement les trois réactions d'appuis au points A.

Étude 3 : étude mécanique d'éléments secondaires

L'objectif de la partie est de vérifier certains éléments secondaires comme un arc reprenant la bâche tendue soumise à de la neige (3.1) et un renfort métallique soumis à une charge surfacique (3.2).

3.1. Étude d'un arc métallique soumis à une charge de neige

Soit un arc métallique hyperstatique (figure 15) de longueur L et de hauteur f , bi-articulé aux deux extrémités (A et B) supportant la bâche tendue et soumis aux charges de neige « q_s ». La figure 16 présente le schéma mécanique de cet arc.

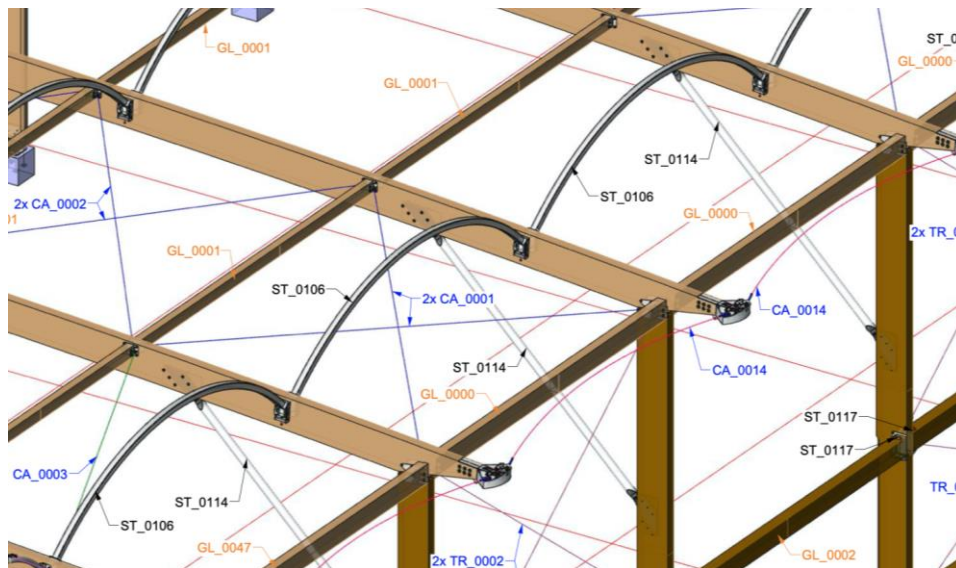


Figure 15 : arc hyperstatique soutenant la toile tendue

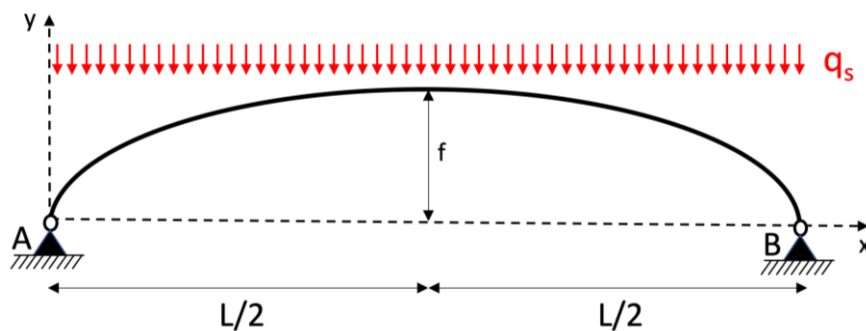


Figure 16 : schéma mécanique de l'arc hyperstatique métallique

Question 3.1. À partir du schéma mécanique en figure 16, établir le degré d'hyperstaticité de l'arc métallique bi-articulé.

Question 3.2. Donner l'expression des réactions d'appuis verticales sachant que les réactions d'appuis horizontales valent :

$$X_A = -X_B = q_s \frac{L^2}{8f} \quad \text{Eq. 5}$$

Question 3.3. À partir de l'équation de l'arc (Eq. 6), **montrer** que le moment fléchissant est nul en chaque point de l'arc hyperstatique de la figure 16.

$$y = \frac{4f}{L^2} (L - x)x \quad \text{Eq. 6}$$

3.2. Étude d'un renfort métallique

On s'intéresse à un renfort métallique rectangulaire placé sous la cage d'ascenseur (figure 17) de grande longueur, de hauteur H soumis à une charge surfacique gravitationnelle « p » représenté sur la figure 18.

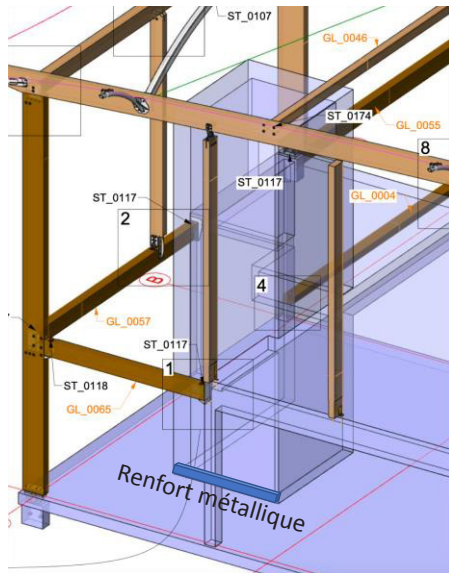


Figure 17 : renfort métallique sous la cage d'ascenseur

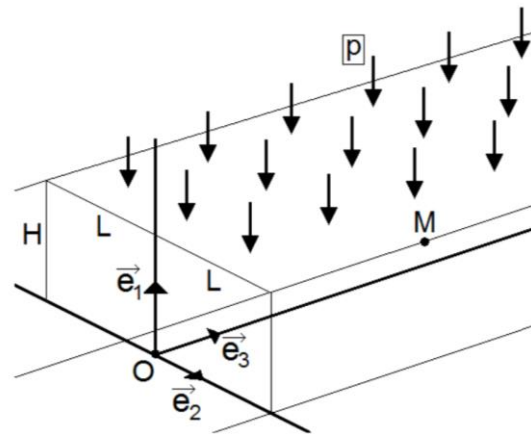


Figure 18 : schéma mécanique du renfort métallique

Certaines hypothèses sont à considérer :

- comportement élastique linéaire, de paramètres E et ν .
- face inférieure en appui glissant et non-frottant, fixée seulement sur l'axe (O, \vec{e}_3) ,
- hypothèse des petites perturbations.
- on se place dans la zone centrale du massif pour se prémunir des effets de bord.
- le champ de déplacement donné par l'équation Eq. 7.

$$\vec{U} = (A \cdot X_1 + C \cdot X_2) \vec{e}_1 + (-C \cdot X_1 + B \cdot X_2) \vec{e}_2 \quad \text{Eq. 7}$$

Question 3.4. À partir du tenseur des déformations linéarisées (équation Eq. 8) et de la schématisation du champ de déplacement en figure 19, **montrer** qu'il s'agit d'un problème de déformations planes.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\overline{\text{grad}} \vec{U} + (\overline{\text{grad}} \vec{U})^T \right) \quad \text{Eq. 8}$$

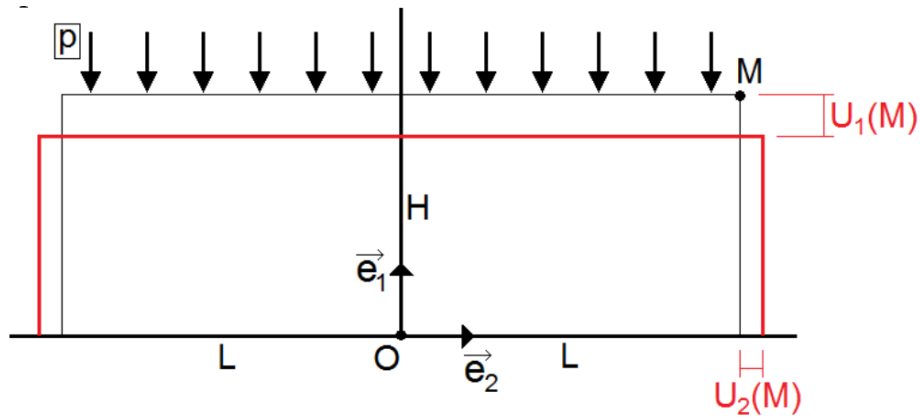


Figure 19 : présentation du renfort métallique

Question 3.5. À partir de la loi de Hooke (équation Eq. 9) formulée à partir des coefficients de Lamé (équation Eq.10), **écrire** le tenseur de Cauchy $\bar{\sigma}$.

$$\bar{\sigma} = 2\mu \cdot \bar{\varepsilon} + \lambda \cdot \text{tr}(\bar{\varepsilon}) \cdot \bar{I} \quad \text{Eq. 9}$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{Eq. 10}$$

Étude 4 : étude du risque de condensation de la façade extérieure

Cette partie traite de l'étude de la façade extérieure de l'ouvrage en contact avec les différents locaux (WC, vestiaires, Local réunion...). L'objectif de cette partie est de déterminer les pressions de vapeur et les pressions de vapeur saturantes d'interfaces des différents matériaux constituant la paroi afin de conclure sur le risque ou non de condensation superficielle et/ou dans la masse de la façade.

Les conditions intérieures et extérieures sont les suivantes :

- Conditions intérieures : $T_i = 19 \text{ °C}$, $HR = 65 \%$
- Conditions extérieures : $T_e = -5 \text{ °C}$, $HR = 60 \%$

La figure 20 représente la coupe transversale de la partie bureaux administratifs. La paroi étudiée est celle située entre les bureaux et l'extérieur.

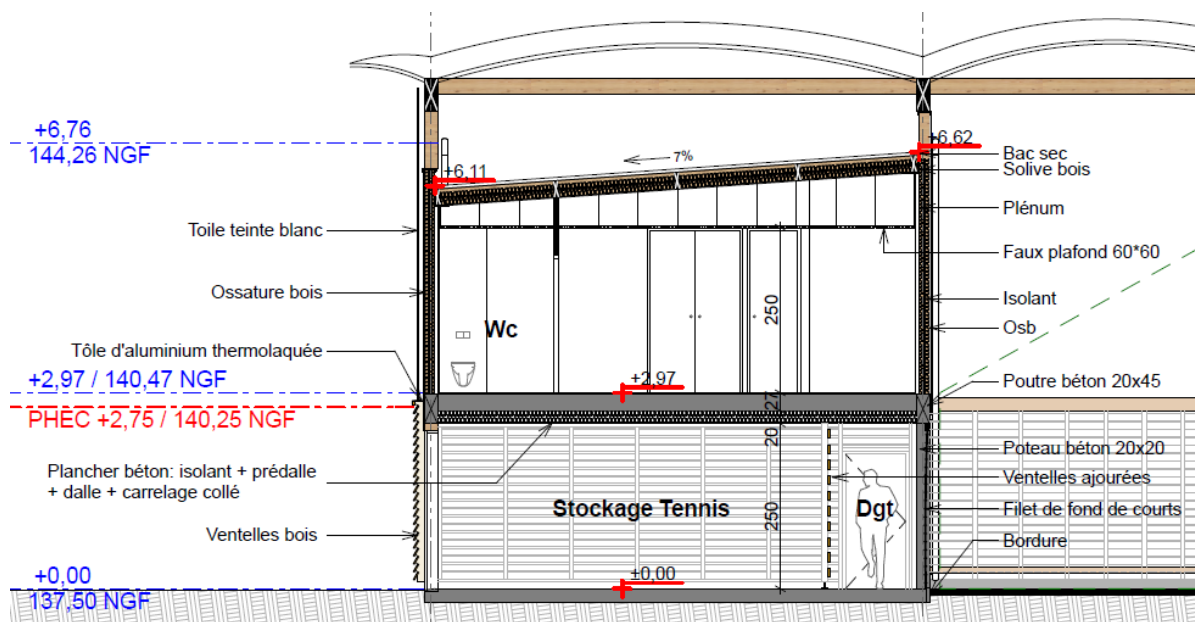


Figure 20 : coupe transversale partie Bureaux

La figure 21 permet de visualiser la façade extérieure des bureaux en phase de chantier.



Figure 21 : façade extérieure en phase de chantier

Afin de simplifier l'étude, la partie courante uniquement de la paroi est étudiée. Les montants ne seront donc pas pris en compte dans les calculs.

La coupe de la paroi se trouve en figure 22.

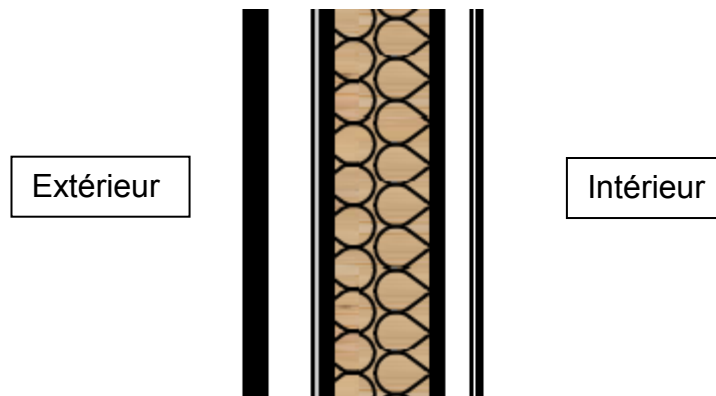


Figure 22 : coupe de la façade extérieure

Les caractéristiques des différents matériaux constituant la paroi de l'intérieur vers l'extérieur sont les suivantes :

Désignation	Indice	Conductivité thermique λ [$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$]	Epaisseur [cm]	Perméabilité π [$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Pa}^{-1}$]
BA13	1	0,25	1,3	$4,68\cdot 10^{-11}$
Isolant	2	0,044	21	$1,87\cdot 10^{-11}$

On note l'intérieur par l'indice i, puis les interfaces par les deux matériaux ou milieux qui les entourent. À titre d'exemple, la surface intérieure sera notée par l'indice i-1, la surface entre le BA13 et l'isolant sera notée par l'indice 1-2...

La résistance thermique surfacique intérieure est $R_{si} = 0,250 \text{ m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$.

La résistance thermique surfacique extérieure est $R_{se} = 0,04 \text{ m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$.

La résistance thermique de conduction d'une couche de matériau homogène est définie par $R = e/\lambda$ [$\text{m}^2\cdot\text{K}\cdot\text{W}^{-1}$].

La résistance de vapeur d'une couche de matériau homogène est définie par :

$$R = e/\pi$$
 [$\text{m}^2\cdot\text{s}\cdot\text{Pa}\cdot\text{kg}^{-1}$].

Pour la pression de vapeur saturante, on utilise de la formule de Rankine :

$$P_{V_{\text{sat}}} = 101\,325 \times e^{\left(13,7 - \frac{5120}{T}\right)}$$
 ; où T est la température en K.

Les pressions de vapeur intérieure et extérieure sont définies respectivement par :

- $P_{V_i} = \text{HR}_i(\%) \times P_{V_{\text{sat } i}}$;
- $P_{V_e} = \text{HR}_e(\%) \times P_{V_{\text{sat } e}}$.

Les pressions de vapeur surfaciques sont égales aux pressions de vapeur du milieu en contact (pas de résistance de vapeur surfacique).

Question 4.1 : Du point de vue de l'isolation thermique et du transport de la vapeur, on ne tient pas compte de la toile teinte blanche. **Expliquer** pourquoi.

Question 4.2 : **Calculer** la résistance totale $R_{\text{vap}_{\text{tot}}}$ au transfert de vapeur et le flux surfacique de vapeur φ_v dans la paroi.

Question 4.3 : **Déterminer** le profil des pressions de vapeur dans la paroi. **Reporter** les résultats dans le document réponse DR1.

Question 4.4 : **Calculer** la résistance thermique totale $R_{\text{th}_{\text{tot}}}$, le coefficient de transmission thermique U ainsi que la densité de flux thermique φ_{th} .

Question 4.5 : **Déterminer** le profil des températures et des pressions de vapeur saturante P_{vs} dans la paroi. **Reporter** les résultats dans le document réponse DR1.

Question 4.6 : Sur le document réponse DR1, **tracer** à l'échelle les profils $P_v(x)$ et $P_{\text{vs}}(x)$ dans la paroi où x représente la distance à la surface intérieure du mur. **Compléter** la légende.

Question 4.7 : **Conclure** quant au risque de condensation superficielle et dans la masse. En cas de risque de condensation, **expliquer** la ou les solutions techniques à mettre en œuvre pour éviter ce risque.

Étude 5 : intermittence de chauffage

On admet dans cette partie que l'ensemble de la zone « bureaux » est chauffée à 19°C et que l'ensemble des parois déperditives délimitant cette zone sont en contact avec l'extérieur.

La zone « bureaux » est alors caractérisée par une conductance totale entre intérieur et extérieur notée US (exprimée en $\text{kW}\cdot\text{°C}^{-1}$) et une capacité calorifique globale équivalente notée MC (exprimée en $\text{kJ}\cdot\text{°C}^{-1}$).

On envisage d'exploiter de manière intermittente l'installation thermique de cette zone inoccupée la nuit, en coupant le chauffage entre 18h et 7h du matin.

On considère dans la suite de l'étude une journée de 24h, pendant laquelle la température extérieure T_e est supposée demeurer constante et égale à 0 °C. On suppose que le régime permanent établi à une température $T_i=19$ °C dure toute la journée.

Question 5.1 : Montrer que $US(T - T_e)dt + MCdT = 0$ et **expliquer** les différents termes de cette équation.

Question 5.2 : Lorsque le chauffage est coupé, **en déduire** que l'expression de la température intérieure en fonction du temps est la suivante :

$$T(t) = T_e + A \cdot e^{-\frac{US}{MC}t}, \text{ A étant une constante d'intégration.}$$

Identifier la constante de temps du phénomène et **conclure** quant aux conditions d'isolation et d'inertie les plus favorables à l'économie d'énergie.

Question 5.3 : On coupe le chauffage à $t=0$, **en déduire** l'expression de la constante A .

Question 5.4 : À l'aide des valeurs $US = 0,078 \text{ kW}\cdot\text{°C}^{-1}$ et $MC = 7\,000 \text{ kJ}\cdot\text{°C}^{-1}$, **déduire** la température dans les bureaux à 7h du matin.

Le chauffage est relancé à 7h.

Question 5.5 : **Établir** l'expression de la montée en température des bureaux. **En déduire** la puissance de chauffage à installer pour obtenir une température de 19 °C à 9h (heure d'arrivée du personnel).

Question 5.6 : **Comparer** cette puissance avec celle nécessaire pour maintenir la température de 19 °C en continu dans les conditions extérieures de base, $T_e = -5$ °C. **Conclure**.

Étude 6 : installation géothermique

Cette partie traite de la possibilité d'installer une canalisation géothermique qui servira de source froide pour la pompe à chaleur. L'objectif est de déterminer à quelle profondeur il faut placer la canalisation géothermique pour que cette source reste à température constante ou varie peu.

On se place dans le repère cartésien de la figure 23. La surface du sol correspond au plan d'équation $z = 0$. La température au niveau de cette surface varie autour d'une température moyenne T_0 de manière sinusoïdale en fonction du temps :

$$T(0, t) = T_0 + \alpha \cos(\omega t) \text{ où } \omega \text{ est la pulsation et } \alpha \text{ est une constante.}$$

On considère un point $M(x, y, z)$ dans le sol qui sera repéré en fonction de ses coordonnées, avec $z \geq 0$. On cherche à déterminer le champ de température en M noté $T(M, t)$.

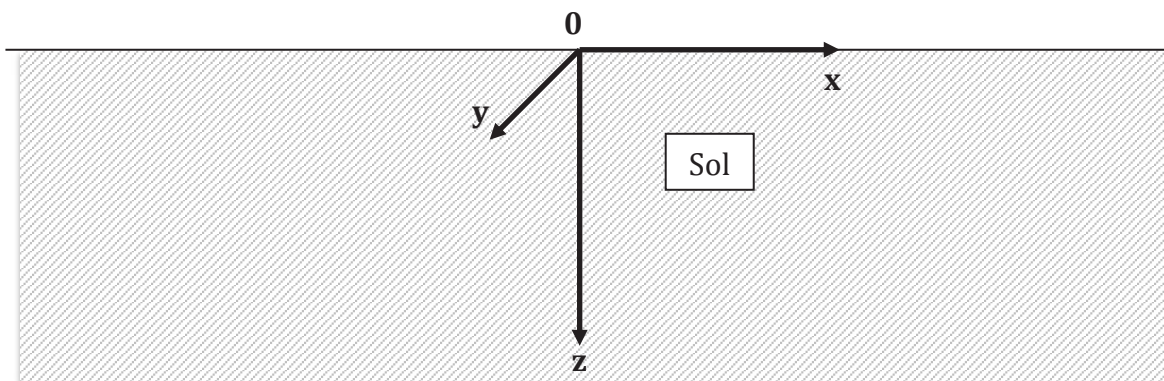


Figure 23 : schéma du repère cartésien

La conduction thermique est régie par la loi de Fourier : $\vec{\varphi}(M, t) = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T(M, t)$
où $\vec{\varphi}(M, t)$ est le vecteur densité de flux thermique
 λ est la conductivité thermique du sol
 $T(M, t)$ est la température locale en un point M , au temps t

On pose $\theta(z, t) = T(z, t) - T_0$ qui représente l'écart de température avec la température moyenne T_0 . L'équation de la chaleur est la suivante :

$$\rho c \frac{\partial \theta(z, t)}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 \theta(z, t)}{\partial z^2}$$

On cherche à déterminer la solution de l'équation de la chaleur en régime sinusoïdal permanent. On introduit alors la variable complexe suivante :

$$\underline{\theta}(z, t) = f(z)e^{i\omega t}, \text{ avec } i^2 = -1 \text{ et } f(z) \text{ une fonction qui dépend de } z.$$

L'inconnue $\theta(z, t)$ est la partie réelle de $\underline{\theta}(z, t)$, soit $\theta(z, t) = \text{Re}(\underline{\theta}(z, t))$.

Question 6.1 : Citer les quatre composants d'une pompe à chaleur et expliquer leurs rôles respectifs.

Question 6.2 : Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $f(z)$. On posera $a = \frac{\lambda}{\rho c}$, expliquer ce que représente cette constante.

Question 6.3 : Expliquer ce que représente physiquement la grandeur ω .

On donne $-i = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2$ où i est le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

Question 6.4 : Montrer que la solution générale de l'équation différentielle vérifiée par f est :

$$f(z) = A e^{i\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z} e^{\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z} + B e^{-i\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z} e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2a}}z} \text{ où } A \text{ et } B \text{ sont des constantes.}$$

Question 6.5 : Déterminer l'une des constantes en étudiant la condition aux limites lorsque z tend vers $+\infty$. En déduire l'expression de $f(z)$.

Question 6.6 : Montrer que $\underline{\theta}(z, t)$ se met sous forme $\underline{\theta}(z, t) = \alpha e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})}$ où δ est une grandeur à exprimer en fonction de ω et a .

Question 6.7 : Exprimer $T(z, t)$ en fonction des paramètres : T_0 , δ , α et ω et des variables z et t . Interpréter physiquement l'expression obtenue et le paramètre δ .

Question 6.8 : Déterminer l'expression de la profondeur P pour laquelle l'amplitude des variations de température dans le sol est atténuée d'un facteur 10 par rapport à celle en surface du sol en fonction de δ .

Question 6.9 : On donne pour un sol humide $a = 0,258 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer numériquement la valeur de P dans le cas de variations de températures quotidiennes. Conclure quant à la profondeur d'enfouissement de la canalisation géothermique.

DOCUMENT TECHNIQUE DT1 – Modélisation RSA de la structure étudiée

Modélisation RSA du portique hyperstatique en bois

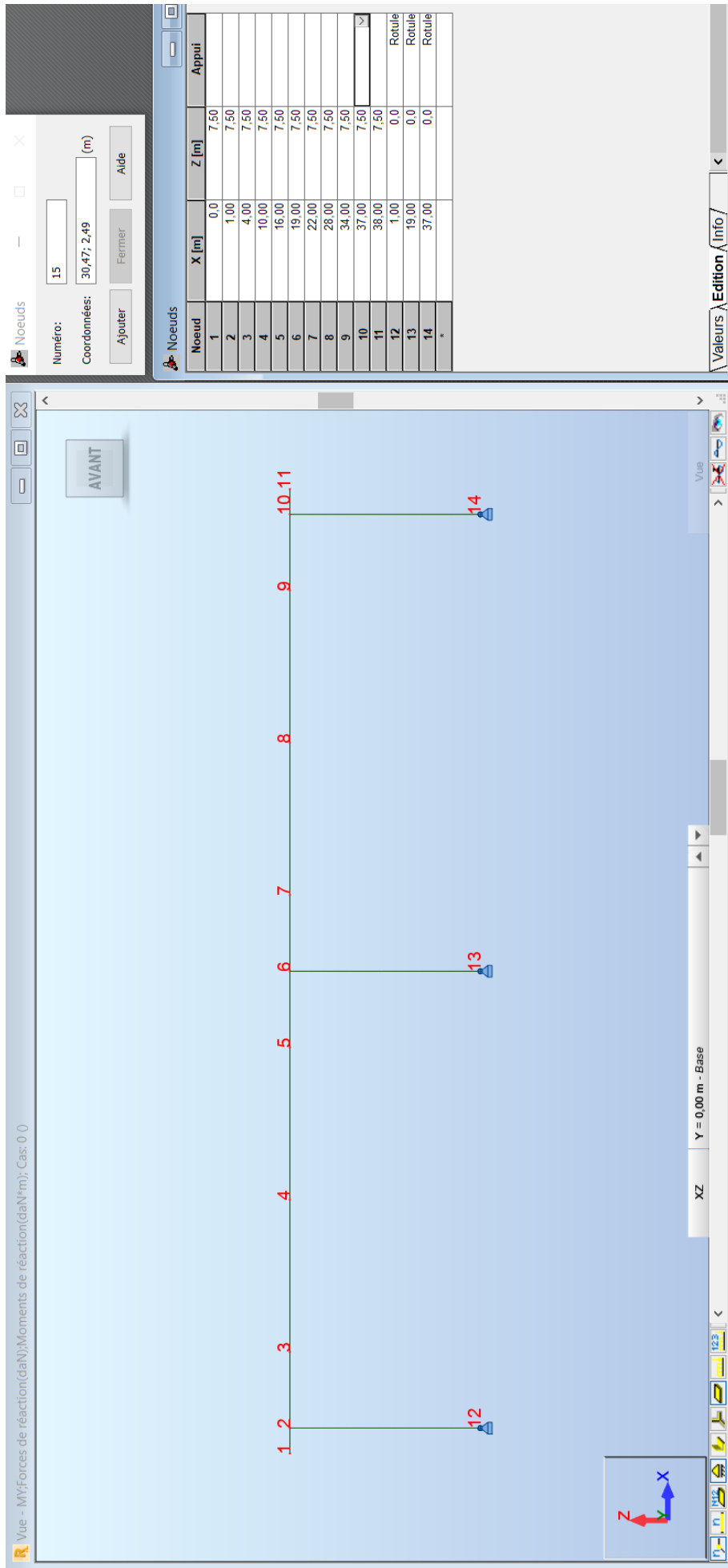


Diagramme de l'effort normal du portique

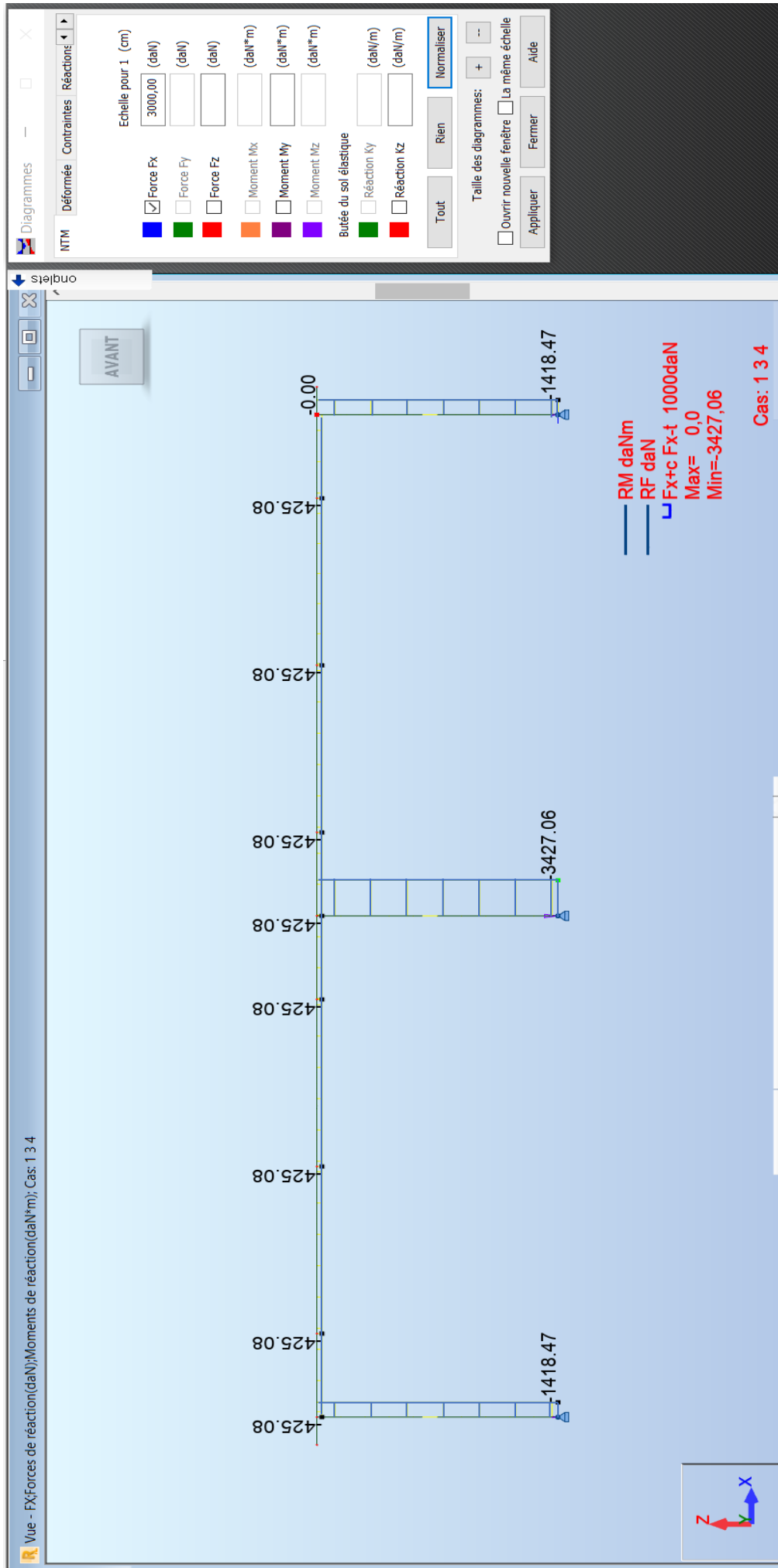


Diagramme de l'effort tranchant du portique

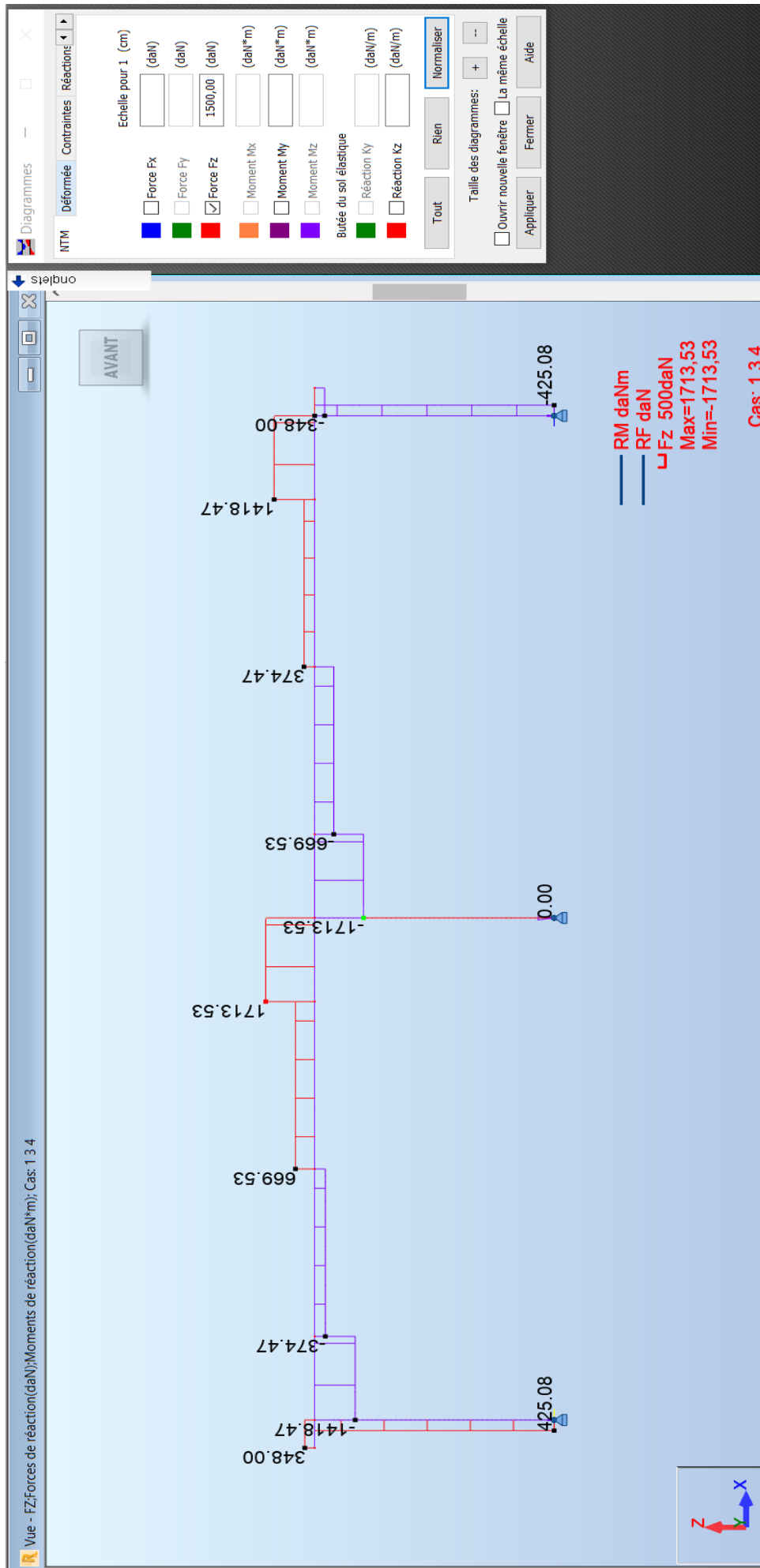
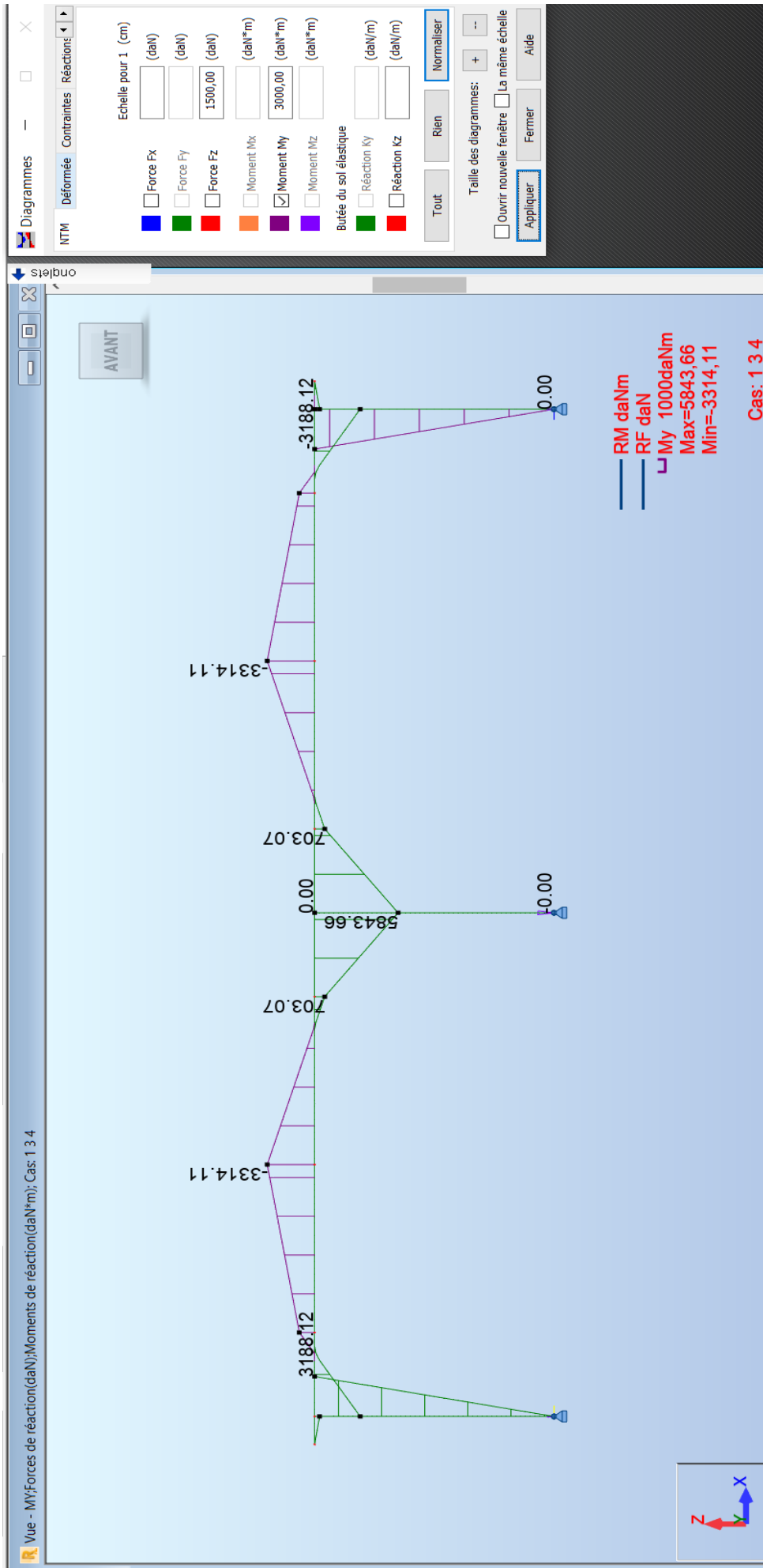


Diagramme du moment fléchissant du portique



DOCUMENT TECHNIQUE DT2 – Formulaire de résistance des matériaux

TYPE DE CHARGE	SCHEMA	ÉQUATIONS DE V, M, ω ET f EN FONCTION DE x	
	<p><i>Effort tranchant</i></p> <p><i>Moment</i></p>	<p>de A à C :</p> $V = p(a - x)$ $M = -p(a - x)^2 / 2$ $\omega = -px(x^2 - 3ax + 3a^2) / (6EI)$ $f = -px^2(x^2 - 4ax + 6a^2) / (24EI)$	<p>de C à B :</p> $V = 0$ $M = 0$ $\omega = -pa^3 / (6EI)$ $f = -pa^3(4x - a) / (24EI)$
	<p><i>Effort tranchant</i></p> <p><i>Moment</i></p>	$V = -p_1x - (p_2 - p_1)x^2 / (2L) + V_A$ $M = -p_1x^2 / 2 - (p_2 - p_1)x^3 / (6L) + V_Ax + M_A$ $\omega = [-4p_1x^3 - (p_2 - p_1)x^4 / L + 12V_Ax^2 + 24M_Ax] / (24EI)$ $f = [-5p_1x^4 - (p_2 - p_1)x^5 / L + 20V_Ax^3 + 60M_Ax^2] / (120EI)$	
	<p><i>Effort tranchant</i></p> <p><i>Moment</i></p>	$V = p(L - x)$ $M = -p(L - x)^2 / 2$ $\omega = -p(L^2x - Lx^2 + x^3 / 3) / (2EI)$ $f = -p(L^2x^2 / 2 - Lx^3 / 3 + x^4 / 12) / (2EI)$	
	<p><i>Effort tranchant</i></p> <p><i>Moment</i></p>	$V = p(L^2 - x^2) / (2L)$ $M = -p(x^3 - 3L^2x + 2L^3) / (6L)$ $\omega = -p(x^4 - 6L^2x^2 + 8L^3x) / (24EIL)$ $f = -p(x^5 - 10L^2x^3 + 20L^3x^2) / (120EIL)$	
	<p><i>Effort tranchant</i></p> <p><i>Moment</i></p>	<p>de A à C :</p> $V = pb$ $M = pbx + M_A$ $\omega = pbx^2 / (2EI) + M_Ax / (EI)$ $f = pbx^3 / (6EI) + M_Ax^2 / (2EI)$	<p>de C à B :</p> $V = p(L - x)$ $M = -p(x - a)^2 / 2 + pb(x - a - b/2)$ $\omega = -p[(x - a)^3 / 6 - b(x - a)^2 / 2 + b^2(x - a) / 2] / (EI) + \omega_C$ $f = -p[(x - a)^4 / 24 - b(x - a)^3 / 6 + b^2(x - a)^2 / 4 + abL(x - a) / 2] / (EI) + f_C$

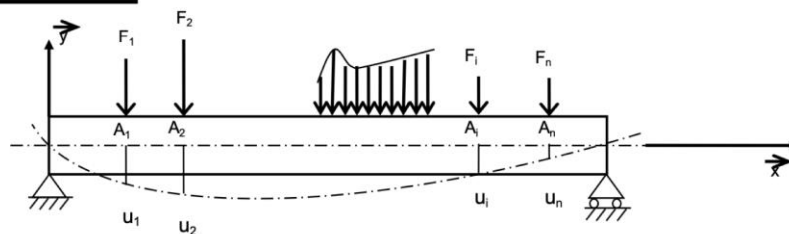
DOCUMENT TECHNIQUE DT3 – Méthodes énergétiques et théorème de Castigliano

1. HYPOTHÈSES DES THEORMES ENERGETIQUES

Les hypothèses sont:

- Forces de poids propre négligées (sauf mention explicite contraire).
- Loi de comportement du solide **élastique linéaire**.
- Aucun échange de chaleur entre le solide et l'extérieur. Aucune dissipation calorifique due aux frottements dans la matière ainsi qu'aux liaisons.
- Effets d'inertie négligés.
- Petits déplacements du solide, n'affectant pas les directions des efforts extérieurs appliqués (effets du second ordre négligés).

2 TRAVAIL DES FORCES EXTÉRIEURES SUR UNE STRUCTURE AU COMPORTEMENT ÉLASTIQUE LINÉAIRE



$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_i, \dots, \vec{F}_n)$ Forces extérieures appliquées sur la structure

$(u_1, u_2, \dots, u_i, \dots, u_n)$ Déplacements des points d'application des forces dans les directions et sens respectifs de chaque force.

Le travail des efforts extérieurs a pour expression :

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i u_i$$

Remarque : la notion de force est prise au sens général. Pour un couple appliqué en A_i dont la section droite subirait la rotation θ_i , on aurait

$$W_e = \frac{1}{2} C_i * \theta_i$$

3 ENERGIE ÉLASTIQUE DE DÉFORMATION D'UNE POUTRE

Dans le cas des problèmes plans :

$$W_i = \frac{1}{2} \int_{structure} N(x)\varepsilon(x) + V_y(x)\gamma_y(x) + M_{fz}(x)\chi_z(x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_{structure} \frac{N^2(x)}{ES(x)} + \frac{V_y^2(x)}{GS'(x)} + \frac{M_{fz}^2(x)}{EI_{GZ}(x)} dx$$

Nota : dans le cas où $N, V, M \neq 0$, en général :

$$W_N, W_V \ll W_M$$

$$W_i = \frac{1}{2} \int_{structure} \frac{M_{fz}^2(x)}{EI_{GZ}(x)} dx$$

Dans le cas des treillis et autres systèmes sollicités uniquement en traction / compression :

$$W_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int \frac{N_i^2(x)}{E_i S_i(x)} dx$$

4 EGALITE DE CLAPEYRON

Le travail des forces extérieures appliquées à une structure au comportement **élastique linéaire** et vérifiant les hypothèses du § II.1 est intégralement emmagasiné sous forme d'énergie élastique de déformation :

$$W_e = W_i$$

Dans le cas des problèmes plans :

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i u_i = \frac{1}{2} \int_{structure} \frac{N^2(x)}{ES(x)} + \frac{V_y^2(x)}{GS'(x)} + \frac{M_{fz}^2(x)}{EI_{GZ}(x)} dx$$

5 CALCUL DES DÉPLACEMENTS DANS LES STRUCTURES

Théorème de Castigliano

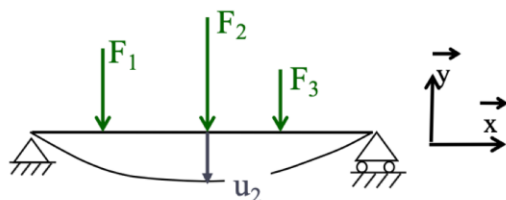
Soit un solide (E) soumis à un ensemble de n forces données.

La dérivée partielle de l'énergie de déformation par rapport à la i^{ème} force \vec{F}_i **indépendante des autres** est égale au déplacement algébrique u_i pris dans la **direction et le sens de \vec{F}_i**

$$\frac{\partial W_i(F_1, F_2, \dots, F_i, \dots, F_n)}{\partial F_i} = u_i$$

Remarque : F_i et u_i sont pris au sens général ($F_i \rightarrow C_i, u_i \rightarrow \theta_i$)

Illustration



Calcul du déplacement au point 2

$$u_2 = \frac{\partial W_i(F_1, F_2, F_3)}{\partial F_2} \quad \text{et} \quad W_i = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M_{fz}^2(F_1, F_2, F_3)}{EI_{GZ}} dx$$

Car $W(V) \ll W(M)$

DOCUMENT TECHNIQUE DT5 – Théorème de la charge fictive

Soit un solide soumis à n forces F_i aux points $(A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n)$. On veut connaître le **déplacement au point A_{n+1}** dans la direction Δ . Ce déplacement est noté u_{n+1} .

Pour cela on applique une **charge fictive** \bar{F}_{n+1} de direction Δ en ce point.

Soit $W_i(F_1, F_2, \dots, F_n, \bar{F}_{n+1})$ l'énergie de déformation associée au nouveau chargement.

Le déplacement u_{n+1} **dans le système de chargement initial** s'écrit donc :

$$u_{n+1} = \lim_{\bar{F}_{n+1} \rightarrow 0} \left(\frac{\partial W_i(F_1, \dots, F_n, \bar{F}_{n+1})}{\partial \bar{F}_{n+1}} \right)$$

En négligeant l'énergie associée à N et V devant celle associée à M , on démontre que :

$$u_{n+1} = \frac{1}{EI_{Gz \text{ structure}}} \int M_{fz}(F_1, \dots, F_n) \cdot M_{fz}(\mathbf{1}) \cdot ds$$

Où $\mathbf{1}$ est un effort unitaire appliqué en A_{n+1} dans la direction et le sens de \bar{F}_{n+1}

Nom de famille :
(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



Prénom(s) :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Numéro
Candidat :**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Né(e)
le :**

		/			/							
--	--	---	--	--	---	--	--	--	--	--	--	--

Cadre réservé aux candidats de concours de recrutement et examens professionnels

Concours : **Option / Section :**

N° d'inscription :

--	--	--

Cocher une seule case parmi les six types de concours suivants :

externe 3^e externe externe spécial interne ou 1^{er} interne 2nd interne 2nd interne spécial

Cocher public OU privé
UNIQUEMENT pour les
concours enseignants :

public privé

Examen professionnel pour l'avancement au grade de :

Cadre réservé aux candidats d'examens et du concours général

Examen : **Série / Spécialité :**

Epreuve - Matière : **Session :**

EAE SIC 2

DR 1

**Tous les documents réponses sont à rendre,
même non complétés.**

NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

DOCUMENT RÉPONSE DR1

Étude 4 : Étude du risque de condensation de la façade extérieure

Question 4.3 :

	i	i-1	1-2	2-e	e
Pv [Pa]					

Question 4.5 :

	i	i-1	1-2	2-e	e
Pv [Pa]					
T [°C]					
Pvs [Pa]					

Question 4.6 :

