MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
Liberté
Égalité
Fraternité

Rapport du jury

CERTIFICAT D'APTITUDE AU PROFESSORAT L'ENSEIGNEMENT DU SECOND DEGRE (CAPES)

Capes interne à affectation locale – Mayotte

Section Mathématiques

Session 2024

Rapport de jury présenté par M. Xavier GAUCHARD, Inspecteur général de l'éducation, du sport et de la recherche (IGÉSR), président du jury

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale de la jeunesse et des sports :

http://www.devenirenseignant.gouv.fr

Le jury du CAPES national de mathématiques à affectation locale à Mayotte met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

https://capes-math.org/index.php?id=mayotte

L'épreuve écrite de cette session s'est tenue le 9 avril 2024.

Les épreuves orales se sont déroulées le 3 juillet 2024 au lycée des Lumières de Mamoudzou.

Le jury remercie chaleureusement l'équipe de direction et l'ensemble des personnels du lycée pour la remarquable qualité de leur accueil.

Table des matières

1. Présentation du concours

Des concours externes et internes sont organisés par le décret n° 2021-110 du 3 février 2021 (MENH2031189D) fixant des modalités temporaires de recrutement des professeurs certifiés affectés à Mayotte et le décret n° 2023-928 du 7 octobre 2023 (MENH2321610D) le prorogeant jusqu'en 2026.

Les professeurs certifiés stagiaires nommés à la suite de leur réussite au concours accomplissent un stage d'une durée de deux ans dans l'académie de Mayotte, qui ne peut être prolongé que d'une année par décision du recteur d'académie. À l'issue du stage, les professeurs certifiés stagiaires qui sont titularisés sont affectés dans l'académie de Mayotte. La titularisation entraîne la délivrance du certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré.

1.1. Définition des épreuves

Conformément à l'arrêté du 11 février 2021 (MENH2036426A).

1.1.1. Épreuve d'admissibilité

Composition de mathématiques.

Durée : cinq heures ; coefficient 1.

Le programme de l'épreuve est celui des classes des collèges et des lycées d'enseignement général et technologique.

1.1.2. Épreuve d'admission

L'épreuve consiste en un entretien avec le jury visant à reconnaître les acquis de l'expérience professionnelle du candidat et à apprécier son aptitude et ses capacités à appréhender une situation professionnelle concrète. Elle prend appui sur un dossier de reconnaissance des acquis de l'expérience professionnelle (RAEP) établi par le candidat. Ce dossier n'est pas noté.

Durée : une heure ; coefficient 1.

L'épreuve comporte deux parties.

Chaque partie compte pour moitié dans la notation de l'épreuve.

A. - Première partie.

Elle consiste en une présentation par le candidat de son dossier (dix minutes maximum) suivi d'un échange avec le jury (vingt minutes maximum). Cet échange doit permettre d'approfondir les éléments contenus dans le dossier et, le cas échéant, d'en expliciter certaines parties ou de les mettre en perspective.

B. - Seconde partie.

À partir de l'expérience professionnelle du candidat décrite dans son dossier de RAEP, le jury détermine un sujet qui est remis au candidat au début du temps de préparation. Ce sujet peut interroger un des points du programme que le candidat a été amené à mettre en œuvre dans les classes où il a enseigné. Le sujet peut également porter sur des éléments d'action de formation dispensée par le candidat dans son parcours professionnel.

L'entretien avec le jury qui suit l'exposé du candidat doit permettre d'approfondir les différents points développés par ce dernier. Cet entretien comprend un questionnement touchant plus particulièrement la connaissance réfléchie du contexte institutionnel et des conditions effectives d'exercice du métier en responsabilité au sein du système éducatif français et de ses particularités à Mayotte.

Le jury apprécie la clarté et la construction de l'exposé, la qualité de réflexion du candidat et son aptitude à mettre en lumière l'ensemble de ses compétences (pédagogiques, disciplinaires, didactiques, évaluatives, etc.) pour la réussite de tous les élèves.

1.1.3. Composition du jury

Le jury du CAPES interne avec affectation locale à Mayotte, section Mathématiques, a été constitué pour la session 2024 de 25 personnes (13 femmes, 12 hommes), qui ont été nommées par un arrêté du ministre de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports en date du 21 mars 2024.

2. Quelques statistiques

Pour la session 2024, 7 postes ont été offerts au concours (arrêté MENH2329100A du 11 décembre 2023).

Alors que 34 candidats étaient inscrits à ce concours, seulement 13 d'entre eux ont pu se présenter à l'épreuve écrite.

Les notes obtenues par les candidats à l'épreuve écrite d'admissibilité varient de 0,28 à 13,28 sur 20.

Le jury a retenu 8 admissibles. La note du dernier admissible est de 5,06 sur 20.

Parmi les 8 candidats admissibles, 6 se sont présentés à l'épreuve orale d'admission. Deux candidats admissibles avaient déjà été reçus au CAPES interne de mathématiques.

Les notes sur 20 attribuées à cette épreuve orale varient de 4 à 14.

À l'issue de la délibération d'admission le jury a retenu 5 candidats (total du dernier admis : 16,2 sur 40).

3. Épreuve écrite d’admissibilité

3.1. Énoncé de l’épreuve d’admissibilité

Problème 1 : Vrai -Faux

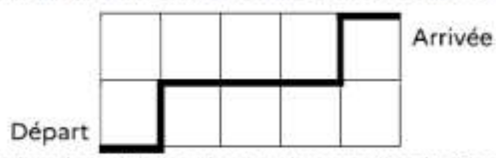
Préciser si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. a est un nombre dont l’écriture décimale est 2,0242024 … , la séquence $\overline{2024}$ se répétant indéfiniment.
   Proposition : Il existe deux nombres entiers p et q tels que $a = \frac{p}{q}$.

2. Proposition : Une augmentation de 2% suivie d’une augmentation de 5% est plus importante qu’une augmentation de 5% suivie d’une augmentation de 2%.

3. Proposition : Si on augmente d’un point la note de tous les élèves d’une classe lors d’une évaluation, la moyenne et l’écart-type de cette évaluation augmentent d’un point.

4. Proposition : $\frac{21!}{10^6}$ est un nombre entier.

5. Un trajet est un enchainement de déplacements verticaux et horizontaux d’une unité.
   

   Proposition : Le nombre de trajets les plus courts pour aller du départ à l’arrivée sur le quadrillage ci-dessus est 21.

6. Dans un lot de 10 000 appareils, 1 000 présentent le défaut A, 800 présentent le défaut B et 400 présentent à la fois les défauts A et B.
   Proposition : Les événements « présenter le défaut A » et « présenter le défaut B » sont indépendants.

7. Il a été établi que le test de dépistage d’une maladie dans une population est :
   - positif dans 96% des cas pour une personne atteinte d’une maladie ;
   - négatif dans 94% des cas pour une personne qui n’est pas atteinte par la maladie.

   On note p la probabilité qu’une personne ayant eu un test positif soit atteinte par la maladie.
   Proposition : Pour que p soit supérieure à 0,9 il est nécessaire que plus de la moitié de la population soit atteinte par la maladie.

8. n est un entier supérieur ou égal à 2. Une urne contient n boules vertes, 4 boules rouges et 3 boules blanches. On tire simultanément et au hasard deux boules de l’urne.
   Proposition : La probabilité de tirer deux boules de la même couleur est égale à $\frac{n^2 - n + 18}{(n+7)(n+6)}$.

9. On considère la fonction f définie sur $]0\,;2[$ par $f(x) = \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}}{x}$.

Proposition : La limite de f en 0 est $+\infty$.

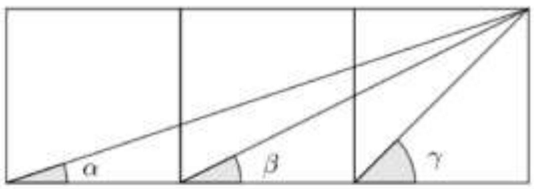
10. On considère la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{2+\cos(x)}{\sqrt{x}}$.

Proposition : La limite de f en $+\infty$ est 0.

11. On considère l'intégrale $I = \int_0^{\pi} \mathrm{e}^x \cos(2x)\ dx$.

Proposition : $I = \frac{\mathrm{e}^{\pi}-1}{5}$.

12. La figure ci-dessous représente trois carrés accolés.



Proposition : $\alpha + \beta = \gamma$.

13. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\ \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 2\mathrm{e}^{-i\frac{\pi}{3}}$ et $z_B = \frac{3-i}{2+i}$.

Proposition : La droite (AB) est parallèle à l'axe des ordonnées.

14. Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\ \vec{u}, \vec{v})$.

(E) est l'ensemble des points M du plan d'affixe z tels que $\arg\left(\frac{z-1+2i}{z-2}\right) = \frac{\pi}{2}\,[\pi]$.

Proposition : (E) est une droite.

15. Soit z un nombre complexe tel que $|z| = 1$.

Proposition : si z' est un nombre complexe tel que $|z+z'| = 1$, alors $z' = 0$.

Problème 2 : inégalités

Partie A

1. On pose $h(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$, pour tout $x \in \mathbb{R}$
    a. Étudier les variations de h sur $\mathbb{R}$.
    b. Quel est le signe de h sur $]0; 1]$?

2. Soit f la fonction définie sur $\left[0\,; \frac{\pi}{2}\right[$ par $f(x) = 2\sin(x) + \tan(x) - 3x$.
    a. Calculer $f'(x)$.
    b. Déduire de la question 1.b le signe de $2\cos^3(x) - 3\cos^2(x) + 1$ sur $\left[0\,; \frac{\pi}{2}\right[$
    c. Dresser le tableau de variations de f sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right[$.

3. En déduire l'inégalité de Huygens :

$$2\sin(x) + \tan(x) \geq 3x, \text{ pour tout } x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[.$$

Partie B

Soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = \sin(x)\,(4 - \cos(x)) - 3x$.

1. Démontrer que g est décroissante sur $[0; +\infty[$.
2. En déduire que $\sin(x)\,(4 - \cos(x)) \leq 3x$, pour tout $x \in [0; +\infty[$.

Partie C

En donnant à x la valeur $\frac{\pi}{6}$, déduire des parties précédentes un encadrement de π.

Problème 3 : équation différentielle

On cherche à modéliser la quantité de principe actif d'un médicament dans l'organe visé en fonction du temps écoulé depuis la prise du médicament par un patient.

On est conduit à résoudre l'équation différentielle (E): $y' + ky = e^{-kt}$

k est une constante strictement positive

t est le temps exprimé en heures, avec $t \geq 0$.

la quantité de principe actif est exprimée en unité médicamenteuse.

1. Vérifier que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(t) = te^{-k}$ est solution de (E).
2. Démontrer qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si la fonction $f - g$ est solution de l'équation différentielle (E_0) : $y' + ky = 0$.
3. En déduire qu'une fonction f est solution de l'équation différentielle (E) si et seulement si il existe un réel α tel que pour tout $t \geq 0$, $f(t) = (t + \alpha)\mathrm{e}^{-kt}$.

On s'intéresse à la situation où la quantité de principe actif prise au départ est d'une unité médicamenteuse. On observe alors que le maximum de présence du principe actif dans l'organe visé chez le patient est atteint au bout d'une heure.

4. En déduire que la situation peut alors être modélisée par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(t) = (t + 1)\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}}$.

5. Etudier les variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
6. Déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction f et interpréter ce résultat.

On considère que l'organisme a éliminé le médicament quand sa quantité dans l'organe visé est inférieure à 0,001.

7. Déterminer, à la minute près, à quel moment cela se produit selon le modèle.
8. Calculer $\int_0^6 f(t)\,dt$ et donner une valeur approchée à 0,001 unités près de la quantité moyenne de principe actif durant les 6 premières heures selon le modèle.

Problème 4 : géométrie dans l'espace

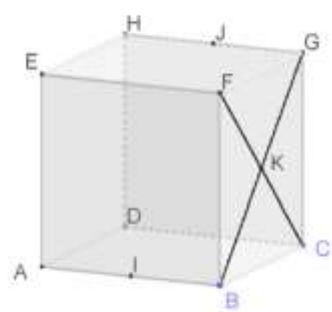
Partie A

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.

- a, b, c et d sont des réels non tous nuls.
- $\mathcal{P}$ est un plan d'équation cartésienne $ax + by + cz + d = 0$.
- $\vec{n}$ est le vecteur normal au plan $\mathcal{P}$ de coordonnées $(a; b; c)$.
- A est un point de l'espace de coordonnées $(x_A; y_A; z_A)$.
- H est le projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathcal{P}$.
- B est un point du plan $\mathcal{P}$ de coordonnées $(x_B; y_B; z_B)$.
- $d(A, \mathcal{P})$ est la distance du point A au plan $\mathcal{P}$.

1. Démontrer que $\vec{n}.\overrightarrow{BA} = ax_A + by_A + cz_A + d$.
2. Justifier l'égalité : $|\vec{n}.\overrightarrow{BA}| = \|\vec{n}\| \times \|\overrightarrow{HA}\|$.
3. Établir le résultat général : $d(A, \mathcal{P}) = \frac{|ax_A+by_A+cz_A+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

Partie B



- ABCDEFGH est un cube de côté 1.
- I et J sont les milieux respectifs des arêtes [AB] et [HG].
- K est le centre de la face FGCB.
- $\mathcal{S}$ est la sphère de centre K et de rayon $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

On se place dans le repère orthonormé $(D;\ \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$.

1.
   a. Démontrer que le quadrilatère DIFJ est un losange et que son aire vaut $\frac{\sqrt{6}}{2}$.
   b. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (DIF) est $x - 2y + z = 0$.
   c. Calculer la distance du point E au plan (DIF).
   d. Déterminer le volume de la pyramide EDIFJ.

2.
   a. Démontrer que la droite (EK) est orthogonale au plan (DIF).
   b. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EK).
   c. Déterminer les coordonnées du point M, intersection de la droite (EK) et du plan (DIF).
   d. Démontrer que le point M appartient à la sphère $\mathcal{S}$.
   e. Démontrer que la sphère $\mathcal{S}$ est tangente au plan (DIF).

© https://www.devenirenseignant.gouv.fr

3.2. Commentaires sur l’épreuve écrite d’admissibilité

Le jury note une grande hétérogénéité dans les copies. Il rappelle que la maîtrise des contenus enseignés dans le secondaire ainsi que la capacité à résoudre des exercices « classiques » associés à ces programmes sont requises pour la réussite au concours.

La diversité des thèmes abordés dans le sujet aura permis aux candidats de valoriser leurs connaissances en traitant en priorité les domaines dont ils avaient la meilleure maîtrise. Toutefois il est attendu des candidats des réponses rigoureusement justifiées, utilisant un vocabulaire mathématique précis et des quantificateurs adaptés.

Le jury souligne le soin que les candidats ont apporté à la justification de leurs réponses. Le jury attire cependant l’attention des candidats sur l’utilisation des quantificateurs qui reste une fragilité fréquemment observée dans les copies. Le jury regrette par ailleurs quelques confusions entre une démonstration mathématique et une conjecture obtenue en traitant des exemples ou à l’aide d’un résultat obtenu sur calculatrice.

3.2.1. Problème 1 : Vrai-Faux.

Ce problème a offert aux candidats l’opportunité de travailler sur des thèmes variés du programme du lycée général. Les propositions reprenaient majoritairement des situations « classiques » rencontrées en classe de spécialité mathématiques ou de l’option mathématiques expertes.

Le jury a apprécié les copies présentant des réponses synthétiques, justifiées rigoureusement, utilisant un vocabulaire mathématique adapté. Un manque de rigueur et de précision est ici fréquemment observé dans leur utilisation.

Le jury souligne le soin que les candidats ont apporté à la justification de leurs réponses. Il regrette néanmoins quelques confusions entre une démonstration mathématique et une conjecture obtenue en traitant des exemples ou à l’aide d’un résultat obtenu sur calculatrice.

Seule la question 2 a été réussie par une grande majorité de candidats. Les questions 8, 12 et 14 n’ont pas été traitées.

Le jury souligne les lacunes observées en probabilités par des notations incorrectes et la confusion entre événements indépendants et évènements incompatibles.

3.2.2. Problème 2 : inégalités

Les candidats ont globalement correctement traité l’étude des variations de la fonction *h*, mais, pour une moitié d’entre eux, n’ont pas su en déduire le signe, ce qui est pourtant une question classique. Les connaissances des candidats sur les fonctions trigonométriques sont très faibles, avec des erreurs dans le calcul des dérivées des fonctions sin et cos.

Les parties B et C du problème ont été très peu abordées.

3.2.3. Problème 3 : équation différentielle

Le problème 3 est le problème qui semble avoir posé le plus de difficultés aux candidats. Peu d'entre eux ont été au-delà de la vérification de la solution particulière.

3.2.4. Problème 4 : géométrie dans l'espace

Dans ce problème, les questions calculatoires ont été mieux réussies que les questions nécessitant un raisonnement. Les candidats se sont retrouvés en difficulté pour démontrer que le quadrilatère est un losange.

4. Épreuve orale d’admission

4.1. Déroulement de l’épreuve

Le sujet proposé par le jury est composé de deux grandes questions génériques sur le thème choisi, la première questionnant les compétences disciplinaires et didactiques, la seconde les compétences pédagogiques, notamment celles sur l’évaluation des acquis des élèves.

Après avoir reçu le sujet, le candidat dispose d’un temps de préparation de 30 minutes.

L’entretien avec le jury dure soixante minutes maximum et se subdivise en deux parties. Sur le premier temps, le candidat est invité à présenter son dossier (dix minutes maximum), puis un échange avec le jury permet d'approfondir les éléments contenus dans le dossier et, le cas échéant, d'en expliciter certaines parties ou de les mettre en perspective.

Lors du deuxième temps de l’entretien, le candidat expose des éléments de réponse au sujet proposé par le jury (dix minutes maximum), puis un entretien avec le jury permet d'approfondir les différents points développés par le candidat.

Lors de l’évaluation de cette épreuve orale, le jury est plus particulièrement attentif aux critères suivants:

- maîtrise disciplinaire et didactique ;
- projection dans une posture professionnelle ;
- interaction avec le jury.

4.2. Quelques remarques et conseils

Le RAEP

Certains rapports sont de bonne qualité et montrent un réel investissement du candidat.

La première partie du rapport, concernant la présentation du parcours du candidat, est souvent complète, pertinente et rédigée avec probité. Les candidats savent valoriser leurs expériences dans et hors éducation nationale. Ils s’appuient sur le référentiel de compétences des professeurs. Un balayage exhaustif de ce référentiel n’est cependant pas nécessaire. On peut regretter la faible référence aux formations suivies en tant qu’enseignant.

La présentation de la situation pédagogique est moins convaincante sur le fond comme sur la forme, même si l’orthographe et la syntaxe sont souvent correctes. Il est conseillé de présenter de manière explicite le support de la situation analysée et de la positionner succinctement dans un cadre d’apprentissage plus large (séquence, progression). Certains RAEP proposent une analyse a priori, en termes de connaissances et de compétences de qualité. L’analyse a posteriori est souvent pauvre et peu étayée. Un retour sur expérience peut commencer par le questionnement “et si c’était à refaire ? ”. Des documents institutionnels (programmes, documents ressources, documents de l’IREM) sont des ressources solides pour accompagner l’analyse didactique que les candidats gagneraient à s’approprier. Le jury a apprécié les rapports révélant des questionnements intéressants des candidats sur leur pratique pédagogique. Ces questionnements peuvent s’appuyer sur des productions d’élèves et la manière dont les candidats ont pu les exploiter, les analyser sans craindre d’évoquer les difficultés rencontrées. A ce sujet, le jury apprécie qu’une trace écrite des élèves apparaisse dans les annexes du RAEP. Cela permet de valoriser l’activité réelle des élèves.

Il est recommandé, pour un candidat qui n'a pas en responsabilité de classe de mathématiques, d'œuvrer avec un professeur de la discipline, tant pour la conception et l'analyse de la séance, que dans sa mise en œuvre dans une classe.

Présentation par le candidat de son dossier RAEP et échange avec le jury pour approfondir les éléments du dossier RAEP

Les candidats se présentent avec clarté, et savent mettre en relief les expériences significatives pour la fonction postulée. La part personnelle et la part relative aux expériences professionnelles est équilibrée. La déclinaison trait pour trait du contenu du rapport est un écueil à éviter. Le jury a pour cela apprécié la prise de recul par rapport au RAEP, mettant en avant les notions clés, les obstacles didactiques rencontrés et apportant des éclaircissements supplémentaires. Le jury attend que le candidat fasse des liens entre son expérience, mette en avant les compétences acquises lors de ses expériences passées en faisant apparaître l'apport des formations académiques, du tutorat mis en place. Le candidat est conduit à expliquer son souhait d'être professeur de mathématiques à Mayotte.

L'échange avec le jury montre qu'une grande partie des candidats ont une vision assez complète du rôle d'un enseignant et notamment de la dimension éducative du métier. Ils savent contextualiser leur pratique à l'académie de Mayotte.

Sujet proposé par le jury

Le jury conçoit un sujet portant sur la thématique du RAEP et propose un questionnement permettant de vérifier la bonne compréhension de la notion visée, des obstacles d'apprentissage liés à cette notion en demandant par exemple des analyses d'erreurs classiques. Le jury s'assure également que le candidat est en capacité de prendre du recul sur cette notion et possède une vision globale de la thématique de son RAEP. Le jury peut être amené à demander la démonstration d'un résultat figurant dans le RAEP ou/et une ouverture sur le même thème dans le prolongement du contenu du RAEP.

Entretien avec le jury pour approfondir les points développés par le candidat

Les questions portent sur la maîtrise des notions mais aussi sur la didactique de la discipline. Le candidat peut être questionné sur la scénarisation pédagogique (évaluation diagnostique, organisation individuelle ou en groupe du travail, rythme et différents temps de cours, automatismes, phases de recherche, phases d'évaluation...), les outils potentiellement mobilisables (outils numériques).

Le jury peut être amené à demander la définition d'une notion mathématique, l'énoncé d'une propriété mobilisées dans le RAEP.

Maîtrise disciplinaire et didactique

Les questions posées par le jury ont souvent mis en exergue les fragilités disciplinaires des candidats et leurs faibles connaissances didactiques. La notion de nombre est mal stabilisée. L'expression de nombreux candidats montre une confusion entre différents objets mathématiques (courbe, fonction, nombre...). Le vocabulaire spécifique à la discipline manque de précision. Il est attendu des candidats une rédaction mathématiques rigoureuse des énoncés mathématiques (définitions, théorèmes, propriétés, …) telle qu'elle serait proposée à des élèves, c'est-à-dire un énoncé rigoureux, concis, adapté au niveau des élèves. Le questionnement du jury ne porte pas toujours sur la résolution de l'exercice proposé mais il est attendu du candidat qu'il sache le résoudre. Une connaissance globale des programmes de mathématiques de collège et de lycée est attendue, en vue d'une projection dans le métier.

Connaissance du contexte institutionnel, des conditions d'exercice du métier et de ses particularités à Mayotte

Les candidats, pour la plupart déjà enseignants à Mayotte, ont bien perçu les enjeux éducatifs liés au territoire. Ils possèdent une connaissance assez fine du public auquel ils s’adressent.

Projection dans une posture professionnelle

Les candidats, pour beaucoup en poste, ont bien conscience de la nécessité de continuer à se former. Ils semblent appréhender avec acuité leur niveau de responsabilité, y compris dans leur relation avec les parents. Certains candidats ont su valoriser leur investissement en donnant des exemples, dans divers dispositifs (devoirs faits, classes petits lecteurs, petits scripteurs, école ouverte, …) ou dans diverses responsabilités (CA, PP, coordination d’équipe, …).

Interaction avec le jury

Les candidats sont à l’écoute et interagissent avec le jury de manière satisfaisante pendant l’entretien sur le RAEP. L’expression est claire avec peu d’erreurs de français. La réactivité est moindre dès lors que les échanges portent sur les notions mathématiques.